

Kommentierte Rohübersetzung von **Die isotherme Schicht der Atmosphäre und die atmosphärische Strahlung**

E. Gold

Rohübersetzung

Dipl.-Physiker Jochen Ebel

14. Oktober 2011

Inhaltsverzeichnis

0	Kopfdaten	2
0.1	Bitte	2
0.2	Ergänzungen	2
1	Das Phänomen der isothermen Schicht und die experimentellen Beweise für seine Existenz	3
2	Allgemeine Darlegung der möglichen Temperaturverteilung in einer Atmosphäre. Zusammenfassung der bis jetzt erreichten theoretischen Ergebnisse	5
3	Experimentelle Daten über gasförmige Strahlung und Absorption	7
4	Allgemeine Ausdrücke für die Strahlung von der Atmosphäre und die Bedingungen ihres Gleichgewichts	14
5	Anwendung auf eine Atmosphäre von einheitlichen Zustand, Unmöglichkeit des konvektiven Gleichgewichts in einer solchen Atmosphäre	19
6	Anwendung auf die Erdatmosphäre, unter Berücksichtigung der Verminderung des Wasser-Dampfs mit der Höhe. Grenzen bis zu denen das konvektive Gleichgewicht bestehen kann	22
7	Anwendung auf die Berücksichtigung der Tages- und Nachttemperaturen der Erdoberfläche	31
8	Verzeichnisse	32
	Abbildungsverzeichnis	32
	Tabellenverzeichnis	32
	Literaturverzeichniss	33

0 Kopfdaten

Die isotherme Schicht der Atmosphäre und die atmosphärische Strahlung

E. Gold¹⁾ (<http://www.archive.org/details/philtrans05311580>)

Von E. Gold, M.A.; Fellow des St. Johns College, Cambridge und Reader in Meteorologie. (Mitgeteilt von Dr. W.N. Shaw, F.E.S. (Fellow of the Royal Society) Eingereicht 5. Oktober - Angenommen 10. Dezember 1908.) [Das Paper ist also eine britische Veröffentlichung.](#)

0.1 Bitte

Der Übersetzer bittet um eine Mitteilung, falls jemand irgendeine Stelle findet, die er als zu frei oder fehlerhaft übersetzt empfindet <mailto:JEbel@t-online.de> (Oder auch andere vermutete oder tatsächliche Fehler.).

0.2 Ergänzungen

Ernest Gold (1881 - 1976), Fellow of the Royal Society seit 1918, President of the Royal Meteorological Society von 1934 bis 1936, war der Erste, der die Notwendigkeit der Tropopause erkannte [Field, 2003, p. 407]: »Er führte seine Untersuchung über das Strahlungsgleichgewicht in der Stratosphäre durch und produzierte die erste wissenschaftliche Erklärung des isothermen Zustands. Sein Paper in den Proceedings of the Royal Society wird als einer der Klassiker der Meteorologie betrachtet« (»...he carried out his investigation into the radiative equilibrium in the stratosphere and produced the first scientific explanation of its isothermal condition. His paper in the Proceedings of the Royal Society is regarded as one of the classics of meteorology, ... «)

Das Paper begründet, daß oben in der Atmosphäre eine konvektionsfreie Schicht (heute: die Stratosphäre) existieren muß. Es ging zu dieser Zeit darum, den Aufbau der Atmosphäre zu verstehen und ein Teil der damaligen Wissenschaft stand dem Treibhauseffekt noch ablehnend gegenüber. Die Ausführungen von Gold sind deshalb keinesfalls irgendwelche »Fälschungen der Treibhausmafia« wie manche Klimaskeptikern bei neueren Veröffentlichungen behaupten.

Obwohl bei höherer CO₂-Konzentration (höhere Absorptionsstärke) sich die Dicke dieser isothermen Schicht ändert, was ist nicht Gegenstand dieses Papers ist, hat Gold trotzdem schon die Änderung des Treibhauseffektes erkannt. Er schreibt (Absatz nach Gleichung (85 auf Seite 28)):

..., dass je größer die Absorptionsstärke der Atmosphäre für die terrestrische Strahlung ist, desto größer wird die Höhe, ab der der isotherme Zustand beginnt,
...

Da der Temperaturgradient in der Troposphäre fast konstant ist (erster Absatz in Abschnitt 1 auf der nächsten Seite »ca. 6 K pro Kilometer«) mit dem heutigen Wert von ca. 6,5 K pro Kilometer bedeutet eine dünnere Stratosphäre eine dickere Troposphäre mit einer größeren Temperaturdifferenz über der Troposphäre.

¹⁾MA, Fellow des St. Johns College, Cambridge und Reader in Meteorologie.

Aber es sind auch Irrtümer in dem Paper - z. B. der Irrtum von der gesättigten Übertragung. Gesättigt wäre die Absorption, wenn das Temperaturprofil unverändert bliebe - bei mehr CO₂ wird aber auf kürzerer Entfernung die gleiche Wärme absorbiert wie auf längerer Entfernung. Die beiden Satzteile bilden einen Widerspruch, der nur verschwindet, wenn angenommen wird, daß sich das Temperaturprofil ändert! Das veränderte Temperaturprofil und damit die veränderte Temperatur erzeugt eine veränderte Ausstrahlung. Die Ausbreitung der Strahlung wird durch mehr CO₂ behindert - dadurch sinkt die Temperatur der Stratosphäre.

Bei Gold findet sich der Begriff »Treibhauseffekt« bzw. englisch »greenhouse-effect« nicht, denn Gold's Paper betrifft nur, warum es die Tropopause geben muss. Die Begründungen dafür sind gleichzeitig eine exzellente Begründung des Treibhauseffekts. Gold verwendet in Abschnitt 4 auf Seite 14 sogar implizit die Strahlungstransportgleichung, auch wenn dieser Begriff in Gold's Paper nicht auftaucht und damit manchmal seine Ableitungen komplizierter als bei modernen Herleitungen sind.

Ergänzung: Obwohl die Tropopause eine (nur) weitgehend isotherme Schicht ist, nimmt nach unten die Temperatur die Temperatur zu - zuerst langsam, dann immer schneller, so daß der Temperaturgradient steigt. Schließlich wird er so groß, daß die Luftschichtung instabil wird (siehe [Roedel und Wagner, 2011, Abschn. 2.3, S. 87]) und damit die Troposphäre beginnt. Diese Zunahme ergibt sich bei der Lösung der Strahlungstransportgleichung. In der Grundform ergibt die Strahlungstransportgleichung nur die Änderung der Strahlungsintensität in Abhängigkeit von der Temperatur. Diese Änderung der Strahlungsintensität erfolgt aber durch Entnahme oder Zufügung von Wärmeenergie aus dem durchstrahlten Gasschicht. Dabei ändert sich die Temperatur der durchstrahlten Gasschicht so lange, bis Entnahme oder Zufügung und über alle Wellenlängen bilanzieren. Den Schluß das Gold's isotherme Schicht nicht vollständig isotherm ist, zog Gold noch nicht.

Auch der Begriff »Gegenstrahlung« bzw. englisch »counter radiation« oder »back radiation« findet sich nicht - trotzdem behandelt Gold die Gegenstrahlung richtig mit der Absorption der oberhalb emittierten Strahlung.

Die Bedeutung der Entstehung der Konvektion durch einen Temperaturgradienten im Strahlungsgleichgewicht, der größer als der adiabatische Grenzwert ist, ist nur halb verstanden, wenn Gold darauf aufmerksam macht mit »...der Zustand der konvektiven Gleichgewicht kann nicht andauern.« (im Absatz nach Gleichung (37 auf Seite 21)).

Mit Strahlung ist oft Emission gemeint.

Die Abnahme der Wasserdampfkonzentration (siehe Abschnitt 6 auf Seite 22) korrespondiert eher mit der Temperaturabnahme als mit der Druckabnahme.

Daß der Temperaturanstieg, der gemessen wurde (siehe Absatz mit der Strassburg-Messung auf Seite 4), auf die Heizung von oben durch UV-Strahlung zurückzuführen ist, war Gold offensichtlich noch nicht bekannt.

1 Das Phänomen der isothermen Schicht und die experimentellen Beweise für seine Existenz

Die Untersuchung der oberen Luft mittels Ballons, die selbstaufzeichnende Instrumente tragen, die für die Messung der atmosphärische Temperatur bis zu einer Höhe zwischen 15 und 20 Kilometern eingerichtet waren, hat die Existenz einer abnormen Veränderung des vertikalen Temperaturgradienten ergeben. Nach einem ziemlich einheitlichen Fall der Temperatur,

mit zunehmender Höhe (ca. 6 K pro Kilometer) wird eine Höhe erreicht, oberhalb derer die Temperatur sich nur wenig ändert, manchmal nimmt sie zu, manchmal verringert sie sich langsam.

Das Phänomen wurde zuerst von [de Bort, 1902, 1904, 1907] in einer Mitteilung an die Societe de Physique im Juni 1899 bemerkt. Er verbesserte seinen Apparat und machte weitere Untersuchungen, in vielen Fällen schickte er die Ballons in der Nacht, um mögliche Sonneneinstrahlung zu eliminieren. Er fand die durchschnittliche Höhe, bei der die Änderung begann, bei etwa 11 Kilometern. Er entdeckte auch, dass die Höhe größer war nahe dem Zentrum von Hochdruck-Gebieten als in Tiefdruckgebieten, die mittleren Höhen für die beiden Fälle lauteten: 12,5 Kilometer und 10 Kilometer. Vor kurzem fand er, dass sich die Höhe mit Annäherung an den Äquator erhöht und in der Nähe des Äquators, wo Ballon-Sonden bis 15 Kilometer aufstiegen, schafften sie es nicht, diese Schicht zu erreichen, falls sie existiert. Er schlug vor, diese Schicht, in der kleine Temperaturänderung auftreten, als „isotherme Schicht der Atmosphäre“ zu bezeichnen und der Name wurde allgemein akzeptiert²⁾.

Die wichtigsten Ergebnisse wurden von anderen Beobachtern bestätigt. Im September 1906 wurde eine Reihe von Aufstiegen in Mailand gemacht: die isotherme Schicht variierte in der Höhe zwischen 8 und 13 Kilometern bei Temperaturen zwischen -40°C und -65°C . Die kleineren Höhen und höheren Temperaturen wurden in der Regel über Tiefdruckgebieten erreicht und die größeren Höhen und niedrigeren Temperaturen wurden bei Hochdruckgebieten gefunden.

Über Berlin wurde von [Assmann, 1906] im Jahr 1906 für diese Schicht eine variierende Höhe von 10 bis 13 Kilometern gefunden und die Temperaturen lagen zwischen -50°C und -65°C , der Durchschnitt lag bei -55°C . Diese Anstiege wurden zu verschiedenen Zeiten des Jahres gemacht, aber in allen Fällen während Hochdruckgebieten oder am äußeren Rand von Tiefdruckgebieten von Westen. Damit kann die Tatsache berücksichtigt werden, dass diese Schicht nicht bei kleineren Höhen bei irgendwelchen Aufstiegen gefunden wurde. In England³⁾ variierte während des Jahres 1907 die Höhe der Schicht zwischen 8 und 16 Kilometern und die Temperaturen zwischen -30°C und -60°C , die mittlere Höhe war etwa 11 Kilometer und die mittlere Temperatur -47°C . Die Höhe wurde in der Regel geringer als durchschnittlich über Tiefdruckgebieten, obwohl es Anomalien gab, insbesondere am 11. November, als die Höhe leicht erhöht und die Temperatur verminderte sich schnell im Vorbeigehen am Ditcham Park, auf dem Grat zwischen zwei Tiefdruckgebieten bei Manchester, die unter dem Einfluss des nördlichsten System standen, dessen Zentrum zwischen Island und Norwegen war.

Diese Schicht wurde auch in Lappland erreicht [Hann und Hellmann, 1907] in der Nähe des Polarkreises (und gleichzeitig bei Trappes nahe Paris), die Höhe variierte von 8 bis 12 Kilometern, auch durch [Hann und Hellmann, 1907, Rotch] in Amerika, in 39°N Breite, wo die durchschnittliche Höhe größer zu sein scheint als in Europa. Ferner wurde bei einem Aufstieg in der Nähe von Brüssel im Juli 1907 diese Schicht gefunden, mit leicht steigender Temperatur von 12 bis 26 Kilometern Höhe und in der Nähe Strassburg wurden 1905 von [Hann und Hellmann, 1907, S. 356] die Temperatur bis in 26 Kilometern Höhe erfasst und liegt dort 20 K höher als bei 14 Kilometern.

Es kann also keine Frage sein, ob es lediglich ein lokales oder vorübergehendes Phänomen ist.

Es ist klar, dass es ausgeprägte Konvektionsströme in diesem Gebiet nicht geben kann, und

²⁾Der Begriff „isotherme Schicht“ ist etwas irreführend, da er zur Vorstellung von einer bestimmten Schicht von gleichmäßiger Temperatur führt, die zwischen zwei Regionen liegt, in denen die Temperatur mit einer Rate von ungefähr adiabatischen Verlauf sinkt. Der Term „isotherme Region“, vorgeschlagen von Prof. H.H. Turner, ist frei von diesen Einwänden.

³⁾[Petavel und Harwood, 1908], [Dines, 1908]

ich schlage vor, dass der Prozess der Strahlung in einer Atmosphäre, die nicht durchsichtig ist, aber absorbiert und emittiert, einen Temperaturanstieg verhindern würde, der für das konvektive Gleichgewicht in den oberen Schichten der Atmosphäre notwendig ist und dass es in den unteren Schichten der Atmosphäre nur durch die Übertragung der Energie von der Erde in die Atmosphäre durch direkte Konvektion oder durch den Prozess der Verdunstung von Wasser an der Erdoberfläche und anschließende Kondensation in der Atmosphäre aufrechterhalten werden kann. Die notwendige Wärme für die Verdampfung von Wasserdampf an der Erdoberfläche wird hauptsächlich durch Absorption von Sonnenstrahlung geliefert und wird nicht aus der Atmosphäre genommen, jedoch wird die durch die Kondensation gegebene Wärme fast ausschließlich als Wärme der Atmosphäre aufgenommen und auf diese Weise erhalten wir eine Lieferung von Wärme an die Atmosphäre mit einer Rate, die etwa aus der jährlichen Niederschlagsmenge abgeschätzt werden kann.

2 Allgemeine Darlegung der möglichen Temperaturverteilung in einer Atmosphäre. Zusammenfassung der bis jetzt erreichten theoretischen Ergebnisse

Wenn die Atmosphäre transparent für Strahlung aller Wellenlängen wäre, ist es klar, dass ein Zustand des konvektiven Gleichgewichts bis zu einer bestimmten Grenze existieren würde, nach welcher die Kollisionsfrequenz zu klein wäre, um eine Massen-Bewegung zuzulassen und der permanente Zustand dieser äußeren Schicht würde ein leitendes Gleichgewicht sein. Aber dieser Zustand könnte nur so lange anhalten, wie die Temperatur der Erde steigt, denn es gäbe einen kontinuierlichen Fluss von Wärme nach außen durch Wärmeleitung. Dies würde Wärme in den oberen Schichten der konvektiven Atmosphäre anhäufen und der adiabatische Temperaturgradient könnte nur durch Erwärmung der unteren Schichten aufrecht erhalten werden; denn wenn wir davon ausgehen, dass es keine Strahlung aus der Atmosphäre gibt, kann der Unterschied der Temperatur nicht durch Kühlung der oberen Atmosphärenschichten aufrecht erhalten werden. Wenn jedoch die Temperatur auf der Oberfläche der Erde variiert, wäre eine persistente begrenzte Konvektion möglich, vorausgesetzt, dass die niedrigste Oberflächentemperatur unterhalb der oberen Luft-Temperaturen wäre, so dass die Wärmeleitung nach unten an diesem Platz über diesen Regionen und ausgewogene Wärmeleitung nach oben über jenen Orte, an denen konvektives Gleichgewicht herrscht. **Die ruhende Wärmeleitung nach unten ist sehr gering, die konvektive Wärmeleitung nach oben sehr effektiv. Das wird zur Folge haben, daß die Atmosphäre größtenteils fast einheitlich warm wäre - ausgenommen eine dünne Schicht unmittelbar über der Oberfläche.**

Die Temperatur der Erde in diesem Fall wäre so, dass die Wärme, die in den Weltraum abgestrahlt wird, mit der einfallenden absorbierten Sonnenstrahlung im Gleichgewicht wäre. Der minimal mögliche Wert würde erhalten, wenn die Erde ein schwarzer Strahler mit ihrer Temperatur wäre. Die Wirkung von Wolken wäre, die mittlere Temperatur auf Grund ihres größeren Reflexionsvermögens für Sonnenstrahlung zu vermindern. Sie würden entweder die Strahlung der Erde durchlassen oder wirken selbst als Strahler für die absorbierten Wellenlängen. Die Reflexion der Strahlung langer Wellenlänge würde sehr klein sein. So lange wenn wir eine Atmosphäre haben, die absorbiert und strahlt, wird es eine theoretische Temperaturverteilung geben, bei der es ein Gleichgewicht zwischen der Strahlung und Absorption bei jedem Element gibt. Wir können einen solchen Zustand als Strahlungsgleichgewicht beschreiben. Wenn der vertikale Temperaturgradient für diesen Zustand geringer ist als das entsprechende konvektive Gleichgewicht, wird es unmöglich sein in diesen Zustand für später zu bleiben und die Atmosphäre wird zum Strahlungsgleichgewicht tendieren.

Es kann jedoch ein begrenztes konvektives Gleichgewicht aus Ursachen existieren, die für den Überschuss an Strahlung eine ausreichende Energieversorgung im konvektiven Zustand garantieren. Ein Beispiel soll genügen, um dies zu erklären. Nehmen wir an, der Zustand des Strahlungsgleichgewichts wäre isotherm und dass in diesem Zustand die atmosphärische Strahlung nur die Absorption der solaren und terrestrischen Strahlung ausgleichen würde. Betrachten wir nun die Wirkung eines direkten Transports von Wärme an die Atmosphäre mit einer bestimmten Geschwindigkeit von der Erdoberfläche. Die Temperatur der unteren Schichten der Atmosphäre würden angehoben und ein Zustand des konvektiven Gleichgewichts würde eintreten, aber nur bis zu einer Höhe, die ausreichend groß ist, um die erhöhte atmosphärischen Strahlung (durch die erhöhte Temperatur) mit der zusätzlich zugeführten Energie zu bilanzieren.

Die Annahmen, die die Grundlage der Theorie sind, die in den folgenden Abschnitten entwickelt wird, sind folgende:

(i) Die Bestandteile der Atmosphäre strahlen bei den gleichen Wellenlängen, bei denen sie absorbieren und nach dem thermischen Hauptsatz.

(ii) Die Krümmung der Erdoberfläche kann bei der Betrachtung Strahlung in der Atmosphäre vernachlässigt werden.

(iii) Weil die Bestandteile der Atmosphäre einen großen Teil des Spektrums ausstrahlen, kann angenommen werden, daß ihre Strahlung proportional zur vierten Potenz der absoluten Temperatur ist. Von dem T^4 -Gesetz kann die Abweichung erheblich sein, da die Absorptionslängen bei den verschiedenen Wellenlängen sehr unterschiedlich sind, bei Absorptionslängen groß gegen die Dicke der Atmosphäre fehlen bei der Integration diese Wellenlängen völlig.

Ich habe versucht, das durch die experimentellen Daten in Abschnitt 3 auf der nächsten Seite zu beweisen.

(iv) Die Temperatur im adiabatischen Zustand kann ausreichend genau durch die Gleichung $T^n = kp$ dargestellt werden, wobei für n der Wert 4 genommen wird, statt 3,5, dem theoretische Wert für trockene Luft. Der aktuelle Wert ist etwa 5,3. Der trockene Wert ist $7 \text{ Freiheitsgrade der Moleküle} / 2 = 3,5$.

(v) Eine notwendige Bedingung für Konvektion (s. oben), die das Rückgrat der gegenwärtigen Diskussion bildet, ist, dass im oberen Teil des konvektiven Systems, die Strahlung aus jeder horizontalen Schicht (oder Elementarkugel) die Absorption von ihr überschreiten sollte.

(vi) Wo Konvektion fehlt, sind die äußere und innere Strahlung in jeder horizontalen Ebene gleich, die Wärmeleitung ist so gering, das sie zu vernachlässigen ist.

(vii) Die Strahlungsleistung der Erdatmosphäre fällt mit der Höhe, weil sich der anteilige Betrag des vorhandenen Wasser-Dampfes verringert und dieses kann mit leidlicher Näherung durch $\alpha/(q - p)$ dargestellt werden, wobei α und q Konstanten sind und p ist der Druck.

Die wichtigsten Ergebnisse sind wie folgt:

a) Durch die Verwendung von (i) und (ii) allein, werden die allgemeinen Ausdrücke für die Intensität der atmosphärischen, terrestrischen und solaren Strahlung an jedem beliebigen Punkt in der Atmosphäre gefunden für die Absorption und Emission einer horizontalen Schicht von endlicher Dicke. Die Bedingungen dafür, daß die Konvektion möglich ist und für das thermische Gleichgewicht in Abwesenheit von Konvektion, wurden auch gefunden.

b) Durch die Einführung von (iii) bis (vi) ist bewiesen, daß für eine Atmosphäre, die im einheitlichen Zustand ist, der adiabatische Zustand nicht bis zu einer Höhe reichen kann, deren Druck größer ist als $p = p_0/2$ ist, wobei p_0 der Oberflächendruck ist. Es ist auch bewiesen: im Falle der Existenz einer isothermen Atmosphäre wäre die Absorption von Sonnenstrahlung in jeder Schicht von ihr, beginnend von $p = 0$, gleich der Absorption von terrestrischer und atmosphärischer Strahlung und von jeder Schicht würde die Strahlung in beiden Richtungen

gleich sein.

(c) Durch die Verwendung von (vii) wird nachgewiesen, dass für die Erde die tatsächliche Atmosphäre die Höhe, bis zu der die adiabatische Zustand reichen kann, begrenzt ist. Werte, die aus den experimentellen Belegen abgeleitet werden, werden dann für d mit α und g ersetzt und es wird festgestellt, dass, wenn die Atmosphäre aus zwei Schalen besteht, die innere im adiabatischen, die äußere im isothermen Zustand ist: (1) die innere kann nicht bis zu einer Höhe reichen, deren Druck größer ist als $p = p_o/4$ (10 500 Meter), (2) die innere muss bis zu einer Höhe reichen, deren Druck größer ist als $p = p_o/2$ (5500 Meter).

d) Es wird gezeigt, dass die Strahlung aus den unteren Schichten der Atmosphäre die Absorption übertrifft und dass die fehlende Energie so ist, dass sie durch Konvektion von der Erdoberfläche, und durch Kondensation von Wasserdampf geliefert werden kann. Der Energiemangel für die Schicht von $p = p_o/2$ bis $p = p_o/4$ ist praktisch vernachlässigbar, das weist darauf hin, dass die Konvektion oben bei $p = p_o/2$ sehr gering sein wird.

e) Das Minimum der möglichen Temperaturen für einen beliebigen Punkt in der Atmosphäre über einen Ort mit 300 K sind 150 K oder 200 K, je nachdem ob die Atmosphäre im gesamten Spektrum strahlt oder nur für einen Teil davon: 75 Prozent der Energie der Schwarzkörperstrahlung bei ihrer Temperatur. Die Werte werden daraus abgeleitet, wie die Strahlenintensität über den oberen Schichten der Atmosphäre sein würde, angenommen, dass der adiabatische Zustand überall aufrechterhalten würde. Weil diese Strahlung einer Temperatur entsprechen muss, ist sie geringer als für jede andere mögliche Temperaturverteilung, wenn die Oberflächentemperatur unverändert ist.

3 Experimentelle Daten über gasförmige Strahlung und Absorption

Bevor wir fortfahren, um die Bedingungen des Strahlungsgleichgewichtes zu formulieren und Ausdrücke für die Intensität der atmosphärischen Strahlung zu erzielen, wird es zweckmäßig sein, kurz auf die Ergebnisse von Experimenten zur Strahlung und Absorption der Bestandteile der Atmosphäre einzugehen. Der Pionier in diesem Bereich der Forschung war [Tyndall, 1873] der eine Reihe von sorgfältigen und aufwändigen Experimente mit Gasen in Röhren durchführte, die mit Steinsalz-Platten verschlossen waren. Er verwendet als Quelle einen Leslie-Würfel⁴⁾ bei 100 °C und eine auf etwa 250 °C erhitzte Kupferplatte, und maß die Strahlung durch eine Thermosäule. Er fand große Absorption durch Wasserdampf und CO₂, aber praktisch keine Absorption durch Sauerstoff und Stickstoff. Er fand auch, dass Ozon eine bemerkenswert absorbierende Stärke hat. Abgesehen von CO₂ haben die Ergebnisse seiner Beobachtungen über diese Gase vor allem qualitativen Charakter und sind geeignet, die größere absorbierende Stärke der feuchten Luft zu zeigen. [Man beachte die Jahreszahl \(1873\) bei den Erkenntnissen, als die Gesetzmäßigkeiten der Strahlungsabsorption noch nicht bekannt waren.](#)

[Arrhenius, 1901] verwendete ein 50 cm langes Rohr und untersuchte die Absorption von CO₂ bei verschiedenen Drücken für Strahlung von Quellen bei 100 °C und –80 °C. Seine Ergebnisse stimmen gut mit Tyndall überein, der die Absorption für eine Weglänge von 50 cm bei atmosphärischem Druck untersuchte: etwa 10 Prozent für die 100 °C Quelle und 15 Prozent für die –80 °C Quelle. [Koch, 1901, p. 478] maß die Absorption durch CO₂ in Röhren verschiedener Länge bei drei verschiedenen Drücken, 380, 760 und 1520 Torr.

⁴⁾Messinggefäß, das mit warmen Wasser gefüllt werden kann und dessen Seiten unterschiedliche Oberflächeneigenschaften haben.

Kochs Ergebnisse beweisen, worauf von Angstrom [Koch, 1901, p. 378] hinwies, dass die Absorption von der Dichte des Gases sowie der Gesamtmasse des Gases auf dem Weg der Strahlung abhängt. Angstrom hat gezeigt, dass CO_2 von der Strahlung aus einer Quelle mit 300°C ein 1 Meter langen Rohr mit einem Druck von 4 Atmosphären 16,2 Prozent absorbiert, während in einem 4 Meter langen Rohr, mit einem Druck von 1 Atmosphären nur 13,2 Prozent absorbiert. Die Wirkung dieser bemerkenswerten Ergebnisse kann auch in Tyndall's Beobachtungen gesehen werden, das wird aber durch die Verwendung einer anderen Quelle in seinen Experimenten bei konstantem Druck komplizierter. Diese Verbreiterung heißt heute Druckverbreiterung und ist die Folge der Verkürzung der Zeiten zwischen zwei Zusammenstößen der Gasmoleküle. In einem sehr verdünnten Gas wird die Breite einer Spektrallinie durch die Lebensdauer des angeregten Zustandes eines Moleküls bestimmt, bei Zusammenstößen mit anderen Molekülen verkürzt sich die Lebensdauer. Der Kehrwert der Lebensdauer bestimmt die Breite der Spektrallinien. Gold hat nur von Absorption gesprochen, daß auch die Emission mit im Spiel war, scheint ihm nicht aufgegangen zu sein. Außerdem war Angstrom's Meßlänge für einige Spektrallinien groß gegenüber der Absorptionslänge, deswegen waren bei der Druckverbreiterung unterschiedliche Absorptionen. Solange die e-Funktion bei allen Wellenlängen noch im linearen Bereich ist, ist die Gesamtabsorption noch unabhängig vom Druck. Das ist so, weil zwar in einem breiteren Wellenlängenbereich absorbiert wird, aber dafür als Ausgleich bei der bisherigen Absorption die Absorption schwächer ist.

Die Verteilung der CO_2 -Absorptionsbanden im Spektrum ist das Thema der Forschungen von [Angström, 1890], [Paschen, 1894] und [Aschkinass, 1898]. Die Absorptionsbanden wurden entdeckt bei $2,4\ \mu\text{m}$ bis $3,0\ \mu\text{m}$, bei $4,2\ \mu\text{m}$ bis $4,5\ \mu\text{m}$ und bei $12,5\ \mu\text{m}$ bis $16\ \mu\text{m}$. Die letzte Bande ist die wichtigste für die Strahlung bei terrestrischen Temperaturen. Die Absorption in einem 22 cm langem Pfad für Strahlung aus einem Zirkonium-Glühstrumpf betrug 75 Prozent im Maximum und bis 30 Prozent im Durchschnitt für den Bereich von $12,5\ \mu\text{m}$ bis $16\ \mu\text{m}$. Für einen Weg von 65 cm war eine Totalabsorption bei $14\ \mu\text{m}$ bis $15,5\ \mu\text{m}$, dabei hatte das absorbierende Gas atmosphärischen Druck und Temperatur.

Die Absorption von 33 cm eines Gases bei atmosphärischem Druck und Temperatur im Band von $4,2\ \mu\text{m}$ bis $4,5\ \mu\text{m}$ betrug 90 Prozent und im Band von $2,4\ \mu\text{m}$ bis $3,0\ \mu\text{m}$ und der gleichen Schicht waren es 40 Prozent, die Quelle war heißes geschwärztes Platin.

[Schlaefler, 1905] untersuchte die Auswirkungen auf die Absorptionsbanden bei Variation des Drucks. Er fand heraus, dass die Bänder durch Erhöhung des Drucks verbreitet wurden, während eine Erhöhung der Weglänge ausreichte, wenn die Masse des Gases auf dem Weg der Strahlung die gleiche Masse, wie bei dem höheren Druck ist, entstand diese Verbreiterung nicht. Er kommt zu dem Schluss, dass eine Variation in der Menge an CO_2 in der Atmosphäre die absorbierende Stärke für die solare Strahlung nicht wesentlich beeinflusst, da die vorhandene Menge, für die vertikale Übertragung einem Weg von 250 cm bei einem Druck von 760 Torr entspricht und viel mehr als ausreichend ist, um vollständige Absorption für die Breite des Bandes entsprechend der Dichte von CO_2 in der Atmosphäre auszuüben.

Das Hauptmerkmal der Wasserdampf-Absorption ist die große Anzahl von Spektralbereichen, in denen sie auftritt. Die Bänder bis zu $5\ \mu\text{m}$ im Sonnenspektrum wurden sorgfältig von [Abney und Langley, 1900] und anderen beobachtet. Paschen beobachtet die Bande bis zu $10\ \mu\text{m}$, wobei die Quelle eine geschwärzte Eisenplatte bei 400°C war, Rubens und Aschkinass maßen die Absorption zwischen $10\ \mu\text{m}$ bis $20\ \mu\text{m}$ und bei $24\ \mu\text{m}$, wobei die Quelle ein Zirkonium-Glühstrumpf war.

Die folgende Tabelle gibt die prozentuale Absorption bei verschiedenen Wellenlängen durch eine Schicht von 7 cm Wasserdampf bei 100 °C und Atmosphärendruck nach den Beobachtungen von [Paschen, 1894].

$\lambda \mu\text{m}$	Absorption %	$\lambda \mu\text{m}$	Absorption %
8.1	6	6.4	78
8.0	6	6.2	31
7.8	10	6.0	61
7.6	10	5.9	69
7.4	20	5.8	66
7.2	35	5.6	54
7.0	43	5.4	31
6.8	49	5.2	12
6.6	75	5.0	0
6.5	82		

Tabelle 1: Paschens Beobachtungen

Wenn die Absorption durch den Wasserdampf in der Atmosphäre durch $100(1 - e^{-k * m})$ gegeben ist, wobei m die Masse des Wasserdampfes im Strahlenweg ist und k für verschiedene Wellen-Längen eine Konstante ist, die aus diesen Ergebnissen abgeleitet wird, finden wir, dass bei einer Atmosphäre mit durchschnittlicher Luftfeuchtigkeit der Wasserdampf einer Schicht aus flüssigem Wasser von 2 cm Dicke entspricht, dabei gäbe es Totalabsorption für Wellenlängen von 5 μm bis 8 μm .

Aus den Beobachtungen von Rubens und Aschkinaß gewinnen wir die folgenden Werte für die Absorption von 75 cm Wasser-Dampf bei 100 °C und Normaldruck.

$\lambda \mu\text{m}$	Absorption %	$\lambda \mu\text{m}$	Absorption %
8 - 12	5	15 - 16	50
12 - 13	15	16 - 17	75
13 - 14	20	17 - 19	85
14 - 15	40	19 - 20	98

Tabelle 2: Rubens und Aschkinaß Wasserdampf-Absorption

Mit der gleichen Hypothese wie oben, würde dies Totalabsorption durch den Wasserdampf in der Atmosphäre für Strahlungen von 12 bis 20 μm bedeuten.

Von den restlichen Bestandteile der Atmosphäre ist Ozon das einzige Gas, das erhebliche Absorption zeigt. [Tyndall, 1873] fand bei Ozon eine bemerkenswerte Absorption für eine niedrige Strahlungstemperatur. [Meyer, 1903] beobachtete die Absorption durch Ozon bei Strahlung kurzer Wellenlänge. Beim Ozon in der Atmosphäre werden bis 1,3 Milligramm pro Kilogramm Luft gefunden, die folgende Tabelle gibt ungefähr den Prozentsatz der Absorption

für vertikale Übertragung bei verschiedenen Wellenlängen, so die Ergebnisse von Meyer:

$\lambda \mu\text{m}$	Absorption %	$\lambda \mu\text{m}$	Absorption %
200	10	260	84
210	15	270	81
220	24	280	64
230	50	290	43
240	78	300	37
250	83		

Tabelle 3: Meyers Ozon-Absorptionen

[Angstrom, 1903, 1904] fand keine Ozon-Absorptionsbanden zwischen Wellenlängen von $0,6 \mu\text{m}$ und $4,6 \mu\text{m}$. Er fand Banden bei

$4,8 \mu\text{m}$	spitz
$5,8 \mu\text{m}$	schwächer
$6,7 \mu\text{m}$	unsicher
9 bis $10 \mu\text{m}$	sehr stark

Tabelle 4: Angströms Beobachtungen

und keine weiteren Banden bis zu $14 \mu\text{m}$.

Das Band 9 bis $10 \mu\text{m}$, entspricht einer Absorptionsbande von Langley in seiner Arbeit zur Temperatur des Mondes, und da es keine CO_2 -Banden gibt und die Wasserdampf Absorption am schwächsten in diesem Teil des Spektrums ist, ist die Existenz dieses Bandes übrigens ein starker Beweis für das Vorhandensein einer beträchtlichen Menge von Ozon in der [Erd-Atmosphäre](#). Der Ursprung von diesem wurde möglicherweise durch eine Beobachtung von [Fischer, 1903] gefunden, der feststellte, dass Ozon sowohl durch die Einwirkung von UV-Licht als auch durch elektrische Entladung gebildet wird.

[Ladenberg und Lehmann, 1906] verifizierten Angstrom's die Ergebnisse für Ozon-Absorption bei $4,8 \mu\text{m}$ und 9 bis $10 \mu\text{m}$ und erhalten ein zusätzliches Maximum der Absorption bei $7,6 \mu\text{m}$, $11,3 \mu\text{m}$, aber diese waren schwach im Vergleich zu dem 9 bis $10 \mu\text{m}$ Band.

[von Bahr, 1907] maß die Absorption von Tieftemperatur-Strahlung durch Ozon. Der Prozentsatz der gesamten absorbierten Strahlung näherte sich einem asymptotischen Wert, wenn das Ozon längs des Weges erhöht wurde. Dieser asymptotischen Wert stimmte überein mit der Annahme, dass die Absorption in zwei Banden stattgefunden hat: $4,8 \mu\text{m}$ bis $4,9 \mu\text{m}$ und $9,2 \mu\text{m}$ bis $10,2 \mu\text{m}$.

[Langley und Very, 1890, p. 184] maß die Absorption in 100 Metern Luft, bei einer relativen Luftfeuchtigkeit von 60 Prozent, Taupunkt 18 °C, so dass die Wasserdampfmenge auf den Weg der Menge von 0,15 cm flüssigem Wasser entspricht. Er fand, das 21 Prozent der Strahlung von einer 100 °C Quelle absorbiert wurde. Bei Luft mit unterschiedlichen Grad an Feuchtigkeit, fand er folgende Ergebnisse, wobei t die äquivalente Menge an flüssigem Wasser im Weg ist:

t	Absorption
1,66 mm	24,3 Prozent
0,96 mm	14,6 Prozent
2,05 mm	32,9 Prozent

Tabelle 5: Feuchteabsorption

Die Beobachtungen der Absorptionsfähigkeit der verschiedenen Gase sind nicht ganz in Einklang miteinander, und es scheint, dass die Absorption durch Wasserdampf, sowie die von CO₂, von der Dichte als auch von der gesamten absorbierenden Masse abhängt. [Diese unklaren Beobachtungen wurden später bei genauerer Kenntnis der spektroskopischen Zusammenhänge aufgeklärt.](#)

Wenn wir die Ergebnisse nutzen, finden wir, dass für CO₂, bei einem Druck von weniger als 760 Torr die maximal mögliche Absorption von Strahlung aus einer 15 °C Quelle in den Bändern gefunden wird, die etwa 18 Prozent der gesamten Energie des Spektrums eines perfekten Emitters betreffen, wie sie durch die Planck-Formel gegeben ist,

$$J = \frac{C}{\lambda^5} * \frac{1}{e^{\frac{c}{kT}} - 1} \quad (1)$$

wobei $C = 8346$, $c = 14,350$, wobei λ in Einheiten von μm ($= 10^{-3}$ mm).

Dies stimmt nahezu überein mit dem Wert, den Ekholm für die Absorption des CO₂ in der Atmosphäre erhalten hat, wenn man Koch's Ergebnisse für die Absorption der Gesamtstrahlung benutzt. [Koch, 1902, p. 496]

Wenn wir die Ergebnisse von Paschen und Rubens und Aschkinaß anwenden, finden wir, dass der Wasser-Dampf in der Atmosphäre 95 Prozent der Gesamtstrahlung der Erde bei vertikaler Übertragung aufzunehmen würde, aber wenn wir davon ausgehen, dass die scheinbare Absorption zwischen $8 \mu\text{m}$ und $12,5 \mu\text{m}$ nur in Spuren ist, finden wir, dass 25 Prozent durchgelassen werden. Wenn wir Langley's Beobachtungen verwenden und annehmen, dass die Absorption überall im Spektrum stattfindet, finden wir 94 Prozent Absorption von Erdabstrahlung bei der vertikalen Ausbreitung. Mit der Annahme, dass keine Absorption zwischen $8 \mu\text{m}$ und $12,5 \mu\text{m}$ stattfindet, wird 73 Prozent der gesamten Strahlung absorbiert.

Um eine möglichen Absorption von Sonnenstrahlung abzuschätzen, ist es notwendig, die Verteilung der Energie im Sonnenspektrum zu kennen. Ich habe zu diesem Zweck angenommen, dass die effektive Temperatur der Sonnenstrahlung mit der Wellenlänge variiert und durch die Gleichung $T = 6600 - 1000e^{-\lambda}$ gegeben ist, wobei λ in Einheiten von μm gemessen wird. Mit diesem Wert von T und der Planck-Formel finden wir einen Wert für die Solar-Konstante (der Wert nach den besten neueren Bestimmungen ist 2,2 [Abbot und F.E. Fowle, 1908] - [gemeint ist nicht der Wert von 2011, sondern der von 1908](#)) und einer maximalen Intensität bei Wellenlänge $0,52 \mu\text{m}$ übereinstimmend mit Langleys Schätzung.

Die folgende Tabelle gibt die Werte für die Intensität der Strahlung bei verschiedenen Wellenlängen, die mit dieser Annahme berechnet wurden:

λ [μm]	J	λ [μm]	J	λ [μm]	J
0,01	0,01	1,0	927	2,8	40,8
0,15	6,3	1,1	739	2,9	36,0
0,20	104	1,2	591	3,0	31,9
0,25	445	1,3	476	3,2	25,4
0,30	979	1,4	386	3,4	20,4
0,35	1540	1,5	316	3,6	16,6
0,40	1927	1,6	260	3,8	13,6
0,45	2161	1,7	216	4,0	11,2
0,50	2239	1,8	180	5,0	4,6
0,55	2207	1,9	152	6,0	2,5
0,60	2103	2,0	128	7,0	1,4
0,65	1956	2,1	109	8,0	0,82
0,70	1789	2,2	93,5	9,0	0,52
0,75	1621	2,3	80,4	10,0	0,34
0,80	1458	2,4	69,6	11,0	0,24
0,85	1305	2,5	60,5	12,0	0,17
0,90	1166	2,6	52,8	15,0	0,07
0,95	1040	2,7	46,3	20,0	0,02

Tabelle 6: Solarspektrum

Mit diesen Werten von J finden wir die folgenden Werte für den prozentualen Anteil der absorbierten Sonnenstrahlung beim vertikalen Durchgang, wobei der Wasserdampf-Weg gleichwertig ist zu 2 cm von flüssigem Wasser:

Absorbierendes Gas	Betrag der Absorption	Mögliche Absorption
CO ₂	1,5	1,5
H ₂ O	9,5	11
Ozon	1,2	2,2

Tabelle 7: Absorption

So ist die Absorption von Sonnenstrahlung etwa 12 Prozent bei der Sonne im Zenit und etwa 15 Prozent für die niedrige Sonne, wenn die Absorption in den Bändern voll wäre. Die größte beobachtete prozentuale Absorption der Sonnenstrahlung durch Wasserdampf wird in den 'Annals' etc. [Abbot und F.E. Fowle, 1908, p. 131] mit 11,3 Prozent angegeben, beim Durchgang durch 3,4 Atmosphären und einem Oberflächen-Dampfdruck 0,68 Torr.

Die Strahlung von Gasen ist das Thema der Forschungen von Maurer [Hann und Hellmann, 1901, p. 223], [Hutchins und Pearson, 1904, p. 277], [Paschen, 1894] und [Very, 1900]. Aus den meteorologischen Beobachtungen leitete Maurer ab, dass eine 1 cm dicke Luftschicht zu einer

anderen mit 1 K niedrigerer Temperatur $4 \times 10^{-5} \text{ gm} \cdot \text{cal} \cdot \text{pro Stunde} = 1,67 \times 10^{-4} \text{ Ws/h} = 4,66 \times 10^{-8} \text{ W}$ von jedem cm^2 Fläche abstrahlt. Dies stimmt mit dem Wert 5×10^{-5} überein, der aus Langley's Beobachtungen ableitbar ist für die Absorption in Luft mit 60 Prozent relativer Luftfeuchtigkeit und einem Taupunkt von 18°C und der Annahme, dass Absorption und Emission der gleichen Gesetz folgen und dass die Intensität der Strahlung variiert mit der vierten Potenz der absoluten Temperatur. Aus den Versuchen von Hutchins und Pearson mit der Strahlung aus einer Säule einer warmer Luft, wäre die entsprechende Strahlung $95 \times 10^{-5} \text{ gm} \cdot \text{cal} \cdot = 3,98 \times 10^{-3} \text{ Ws}$.

Paschen's Ergebnisse haben vor allem deshalb Bedeutung, weil sie die Spektralbereiche der Emission mit denen der Absorption für gleiche Gase identifizieren. Heute kennt man die mikrophysikalische Ursache dieser Beobachtung: es handelt sich um die Absorption bzw. Emission bei einem anregbaren Zustand des Moleküls.

Very fand bei seinen Experimenten einen Wert von $22 \times 10^{-5} \text{ gm} \cdot \text{cal} \cdot \text{pro Stunde} = 9,22 \times 10^{-4} \text{ Ws/h} = 2,56 \times 10^{-7} \text{ W}$ einen Wert zwischen dem von Maurer und Hutchins und Pearson. Bei den Experimenten, auf die sich Very für seine Ergebnisse bezieht, wurde Luft in einem Rohr mit einer in der Rohrachse beweglichen strahlenden Scheibe und einer gegenüberliegenden Steinsalzscheibe eingeschlossen. Das Rohr wurde von unten mit Bunsenbrenner erhitzt und die Strahlung wurde erstmals mit der beweglichen Scheibe in der Nähe des Steinsalzes beobachtet und zweitens mit der zurückgezogenen Scheibe, so dass der Weg der Strahlung durch eine längere Luftschicht führte. Es wird davon ausgegangen, dass die Strahlung aus dieser Luft dadurch als Differenz zwischen den gemessenen Strahlungssummen in den beiden Positionen erhalten wird. Dabei wird die gemessene Strahlung mit der Absorption korrigiert und dass keine Strahlung von den Wänden des Rohres das Bolometer erreicht. Nun, wenn das Gas und die Scheibe die gleiche Temperatur haben und die Scheibe strahlt in vollem Umfang (als Scheibe wurde geschwärztes Kupfer verwendet), erscheint es sicher, dass das Gas nur so viel Scheiben-Strahlung absorbiert, wie es selbst ausstrahlt. Etwaige zusätzliche Strahlung, also in der zweiten Position, resultiert also aus einer Änderung in der Temperatur von strahlenden festen Teilen oder aus einem Überschuss in der Temperatur des Gases über dem von der Scheibe und wenn dies in keiner Rechnung berücksichtigt wird.

Die Richtigkeit von Gold's Feststellungen im Jahre 1908 wurden später von Einstein und Schack bestätigt. Dazu ein Zitat von [Schack, 1972], den sogar einige Klimaskeptiker als Kronzeugen für ihre falschen Thesen zitieren, ohne ihn verstanden zu haben:

Die Absorption der ein Gas durchsetzenden Wärmestrahlung ist im Beharrungszustand genau gleich der Wärmestrahlung dieses Gases. Denn wenn hierbei Abweichungen beständen, würden sich in einem dies Gas erfüllenden Hohlraum von selbst Temperaturdifferenzen bilden, was nach dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik nicht möglich ist.

Mit anderen Worten: Wenn die Strahlung in Intensität und Spektralverteilung (*und Richtung - was oft vergessen wird*) der Planckformel einer Temperatur T entspricht (Gleichung (1 auf Seite 11)) und ein Gas die gleiche Temperatur T hat, dann wird von dem Gas zwar die einfallende Strahlung absorbiert (was zu einer Erwärmung führen würde) aber gleichzeitig wird von dem gleichen Gas am gleichen Ort genau so viel Strahlung emittiert (was zu einer Abkühlung führen würde). Erwärmung und Abkühlung bilanzieren dann, d.h. es bilden sich keine Temperaturdifferenzen. Die Intensität der Strahlung bleibt gleich - ganz gleich wie lang der Weg durch das Gas ist.

In der Atmosphäre ist der Fall, daß die Strahlung in Intensität und Spektralverteilung (*und Richtung*) der lokalen Temperatur T entspricht praktisch nie der Fall. Deswegen ändert sich

die Strahlungsintensität längs des Ausbreitungsweges und gleichzeitig bestimmt ohne Konvektion diese Intensitätsänderung die lokale Temperatur, weil nur bei der richtigen lokalen Temperatur Erwärmung (durch Absorption von Strahlung) und Abkühlung (durch Emission von Strahlung) bilanzieren. Wird mehr emittiert als absorbiert (in diesem Paper von Gold als Überschuß von Strahlung bezeichnet) bleibt die lokale Temperatur nur konstant, wenn konvektiv Wärme herangebracht wird - wie Gold richtig feststellt.

Mit der gleichen Begründungen wie [Schack, 1972] hatte bereits [Einstein, 1916 bzw. 1917] die Strahlungsverhältnisse in einem Gas betrachtet – die Richtigkeit dieser Betrachtungen wurde später eindrucksvoll mit der Entwicklung der Gaslaser bestätigt.

Wir werden daher annehmen, dass die Absorptions-Ergebnisse sehr korrekt sind und wir nutzen sie in der Anwendung in der Atmosphäre.

4 Allgemeine Ausdrücke für die Strahlung von der Atmosphäre und die Bedingungen ihres Gleichgewichts

Betrachten wir die Strahlung und Absorption in einem Gas angeordnet in horizontalen Schichten, in denen der Druck an jeder Stelle durch das Gewicht des Gases darüber gegeben ist. Da die Strahlung thermisch ist, wird die Emission dem gleichem Gesetz wie die Absorption folgen. Dementsprechend emittiert also ein Element des Gases mit der Masse dm in einem Volumen der der Einheit Querschnittsfläche und der Dicke dz bei der Wellenlänge λ Strahlung gleich $I_\lambda b dm d\lambda$, wobei I_λ die Intensität der Strahlung bei der Wellenlänge λ von einem schwarzen Strahler mit der Temperatur des Gases ist und dann wird das gleiche Element Strahlung von $I b dm d\lambda$ absorbieren, wenn die Strahlung $I d\lambda$ der Wellenlänge λ in Normalenrichtung auf die Flächeneinheit fällt. Bei einer Absorptionslänge z durch das Gas finden wir wegen des Zusammenhanges $dm = \rho dz$, den Ausdruck

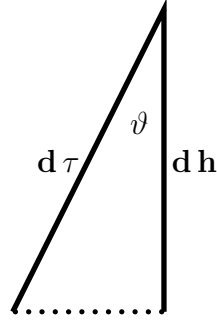
$$I d\lambda (1 - e^{-W_1}) \quad \text{wobei} \quad W_i = \int_0^z b \rho dz \quad (2)$$

und einen entsprechenden Wert für die Emission. Diese einfache Beziehung gilt nur, wenn dz sehr klein ist. Wie schon richtig erkannt, gelten die Beziehungen für Emission und Absorption gleichzeitig und werden heute in der Strahlungstransportgleichung zusammengefaßt. Die Strahlungstransportgleichung ist die Addition der Gleichungen für Absorption und Emission, womit in der Differentialgleichung dz als infinitesimale Größe auftritt. Gleichzeitig erleichtert es die Betrachtungen, wenn man nicht den Weg über dz geht, sondern den Weg über dp , denn gleiche Messenelemente verursachen gleiche Druckänderungen.

Wird das Gas so in horizontalen Schichten geteilt mit der Druckänderung dp , so folgt, dass die Masse des Gases in jeder Schicht proportional zu dp ist. Entsprechend Diagramm 1 auf der nächsten Seite hat eine Strahlung, die aus einer Schicht mit dem Druck p in eine schräge Richtung mit einem Winkel von Θ zur Normalen emittiert wird, pro Flächeneinheit folgende Intensität⁵⁾ (das bedeutet die Strahlung wird als Lambertstrahler emittiert):

$$I_\lambda \{1 - e^{-bdp \sec \Theta}\} d\lambda \cos \Theta \quad (3)$$

⁵⁾Die alte Winkelfunktion »sec« ist heute nicht mehr gebräuchlich. Es gilt $\sec \vartheta = \frac{1}{\cos \vartheta}$.



Diagr. 1: Größere Schrägentfernung als Höhendifferenz bei schrägen Strahlen

Die Intensität an einem Punkt bei einem Druck p_1 und dem Abstand h von der Schicht werden (h resultiert aus der Druckdifferenz zwischen p und p_1)

$$I_\lambda (1 - e^{-bdp \sec \Theta}) d\lambda \cos \Theta * e^{-u(p,p_1)} / h^2 \sec^2 \Theta \quad (4)$$

wobei $u(p, p_1) = \int_p^{p_1} bdp \sec \Theta$.

Der Term, um den Gleichung (4) gegenüber Gleichung (3 auf der vorherigen Seite) erweitert ist, betrifft die Absorption im Gas und die Intensitätsabnahme mit dem Quadrat der Entfernung.

Dies wird auch die Menge des Einfalls in ein kugelförmiges Element mit dem Radius $\pi^{-1/2}$ an dieser Stelle sein, und wir erhalten für die gesamte Menge an Strahlung, die aus der Schicht in ein solches Element pro Zeiteinheit einfällt.

$$\begin{aligned} & \int_0^{\pi/2} I_\lambda d\lambda (1 - e^{-bdp \sec \Theta}) \cos \Theta * e^{-u(p,p_1)} \frac{2\pi h^2 \tan \Theta \sec^2 \Theta d\Theta}{h^2 \sec^2 \Theta} \\ &= \int_0^{\pi/2} 2\pi I_\lambda d\lambda \sin \Theta \frac{d}{dp} * e^{-u(p,p_1)} dp d\Theta = \int_0^{\pi/2} \Phi(p, p_1) dp d\Theta \end{aligned} \quad (5)$$

Deshalb wird folgende Strahlung aus Masse des Gases, die über der Schicht p gelegen ist (also meistens Gegenstrahlung), bei der Wellenlänge λ auf das Element pro Zeiteinheit einfallen,

$$A_\lambda d\lambda = \int_p^{p_1} dp \int_0^{\pi/2} \Phi(p, p_1) d\Theta \quad (6)$$

Ähnliches erhalten wir aus dem Gas unter dem Element

$$B_\lambda d\lambda = - \int_{p_1}^{p_0} dp \int_0^{\pi/2} \Phi(p_1, p) d\Theta \quad (7)$$

Für die Strahlung, die die Fläche nach unten bzw. oben in einer horizontalen Ebene p_1

kreuzt, finden wir

$$P_\lambda d\lambda = \int_0^{p_1} dp \int_0^{\pi/2} \Phi(p, p_1) \cos \Theta d\Theta \quad Q_\lambda d\lambda = - \int_{p_1}^{p_0} dp \int_0^{\pi/2} \Phi(p_1, p) \cos \Theta d\Theta \quad (8)$$

Für die Strahlung von der Erde, die in ein sphärisches Element eintritt bzw. die Einheitsfläche einer horizontalen Ebene nach oben kreuzt, erhalten wir

$$F_\lambda d\lambda = 2\pi \int_0^{\pi/2} E_\lambda d\lambda \sin \Theta d\Theta * e^{-u(p_1, p_0)} \quad (9)$$

$$G_\lambda d\lambda = 2\pi \int_0^{\pi/2} E_\lambda d\lambda \sin \Theta \cos \Theta d\Theta * e^{-u(p_1, p_0)}$$

Die entsprechenden Werte aus der durchschnittlichen direkten Intensität der Sonneneinstrahlung sind

$$U_\lambda d\lambda = \frac{1}{\pi} \int_{\phi-\delta}^{\pi/2} S d\Theta \quad V_\lambda d\lambda = \frac{1}{\pi} \int_{\phi-\delta}^{\pi/2} S \cos \Theta d\Theta \quad (10)$$

wobei

$$S = S_\lambda d\lambda \sin \Theta e^{-u(0, p_1)} (1 - \sin^2 \phi - \sin^2 \delta - \cos^2 \Theta + 2 \sin \phi \sin \delta \cos \Theta)^{-1/2} \quad (11)$$

und ϕ die Länge und δ die Breite [auf der Erdkugel](#) ist.

Nun ist die Absorption durch ein kugelförmiges Element, das ein Strom von Strahlung J passiert, gleich $Jb \int z dS$ ist, wobei z die Weglänge in der Kugel ist, d.h. es ist $Jb * \text{Volumen der Kugel}$. Gleichzeitig ist die Strahlung aus dem Element $4\pi Ib * \text{Vol.}$ [Die \$4\pi\$ resultieren aus der konstanten Strahlungsintensität in alle Richtungen, wobei in Abhängigkeit von der Richtung ein Teil der Gesamtstrahlung als Gegenstrahlung zu bezeichnen ist.](#) Für Gold ist also die Gegenstrahlung nicht extra erwähnenswert, weil das seit [\[Stefan, 1879\]](#) allgemein akzeptiertes Rechenverständnis der Physiker ist. Erst mit der späteren Entwicklung der Quantentheorie ([\[Einstein, 1916 bzw. 1917\]](#)) konnte man sich die Strahlung auch körperlich durch Photonenflug in entgegengesetzte Richtungen vorstellen.

Der Zustand im Strahlungsleichgewicht ist daher

$$\underbrace{\int (U_\lambda + A_\lambda + B_\lambda + F_\lambda) b d\lambda}_{\text{Absorption}} = \underbrace{4\pi \int I_\lambda b d\lambda}_{\text{Emission}} \quad (12)$$

wobei b mit λ variieren kann. Die Gleichung bringt zum Ausdruck, dass die Strahlung, die in dem sphärische Element absorbiert wird, gleich der abgegebenen Strahlung sein muss, d.h. es ist in der Bedingung enthalten

$$\underbrace{\int (P_\lambda + V_\lambda) d\lambda}_{\text{nach unten = nach innen}} = \underbrace{4\pi \int (Q_\lambda + G_\lambda) d\lambda}_{\text{nach oben = nach außen}} \quad (13)$$

die ausdrückt, dass die Strahlung nach außen und innen bei jeder horizontale Ebene einander gleich sein muss. Wenn wir die Streuung und Reflexion der direkten Sonnenstrahlung berücksichtigen, müssen wir von V_λ die durchschnittliche vertikale Komponente dieser Größen subtrahieren und U_λ die durchschnittliche Intensität hinzufügen.

Wenn anstelle der Verwendung der sphärischen Elemente wir nur horizontalen Schichten betrachten wollen, müssen wir die Absorption von Strahlung in einer solchen Schicht finden. Betrachten wir nun die Absorption der Strahlung aus einer Schicht, die sich von p_2 bis p_1 erstreckt durch eine Schicht, die sich von p_1 bis p' erstreckt. Die Strahlung in die zweite Schicht in einer Richtung, die in einem Winkel von Θ zur Senkrechten geneigt ist, ist pro Flächeneinheit

$$P_{\Theta} d\Theta d\lambda = 2\pi \int_{p_2}^{p_1} I_{\lambda} d\lambda \sin \Theta \cos \Theta d\Theta \frac{d}{dp} e^{-u(p,p_1)} dp \quad (14)$$

und der Gesamtbetrag, der absorbiert wird

$$X_{\lambda} d\lambda = 2\pi \int_0^{\pi/2} P_{\Theta} d\Theta \left(1 - e^{-u(p_1,p')}\right) d\lambda \quad (15)$$

Setzen wir $\sec \Theta = x$, $\sin \Theta d\Theta = dx/x^2$, finden wir

$$X_{\lambda} d\lambda = 2\pi d\lambda \int_{p_2}^{p_1} \int_1^{\infty} I_{\lambda} \frac{dx}{x^3} \frac{d}{dp} e^{-u(p,p_1)} dp \left(1 - e^{-u(p_1,p')}\right) \quad (16)$$

oder

$$\begin{aligned} X_{\lambda} &= 2\pi \int_{p_2}^{p_1} \int_1^{\infty} I_{\lambda} \frac{b dx}{x^2} e^{-u(p,p_1)} dp \left(1 - e^{-u(p_1,p')}\right) \\ &= 2\pi \int_{p_2}^{p_1} \int_1^{\infty} I_{\lambda} \frac{b dx}{x^2} e^{-u(p,p_1)} dp - 2\pi \int_{p_2}^{p'} \int_1^{\infty} I_{\lambda} \frac{b dx}{x^2} e^{-u(p,p')} dp + 2\pi \int_{p_1}^{p'} \int_1^{\infty} I_{\lambda} \frac{b dx}{x^2} e^{-u(p,p')} dp \end{aligned} \quad (17)$$

Deshalb [folgende zusammengefaßte Schreibweise](#):

$$X_{\lambda} = f(p_1, p_2) + f(p', p_1) - f(p', p_2) \quad (18)$$

wobei

$$f(p_1, p_2) = \int_0^{\pi/2} P_{\Theta} d\Theta = 2\pi \int_{p_2}^{p_1} \int_1^{\infty} I_{\lambda} \frac{b dx}{x^2} e^{-u(p,p_1)} dp \quad (19)$$

Auch für die Absorption von Strahlung aus einer Schicht p_3 bis p' unter der absorbierenden Schicht, so finden wir

$$Y_{\lambda} = g(p_3, p') + g(p', p_1) - g(p_3, p_2) \quad (20)$$

wobei

$$g(p_3, p_1) = 2\pi \int_{p_1}^{p_3} \int_1^{\infty} I_{\lambda} \frac{b dx}{x^2} e^{-u(p_1,p)} dp \quad (21)$$

Wenn wir $p_2 = 0$, $p_3 = p_0$ setzen, so erhalten wir die Ausdrücke für die gesamte atmosphärische Strahlung, die in jeder Schicht absorbiert wird. Wir werden X_{λ} , Y_{λ} mit dieser besonderen Bedeutung verwenden.

Die Erd-Abstrahlung, die in dieser Schicht absorbiert wird, ist

$$E'_\lambda d\lambda = 2\pi E_\lambda d\lambda \int_1^\infty \frac{dx}{x^3} \left(e^{-u(p',p_0)} - e^{-u(p_1,p_0)} \right) \quad (22)$$

und die absorbierte Sonneneinstrahlung wird

$$S'_\lambda d\lambda = \frac{1}{\pi} \int_{\phi-\delta}^{\pi/2} (S - S') \cos \Theta d\Theta \quad (23)$$

wobei S' ersetzt S (siehe oben) mit p' ersetzt für p_1 .

Für die Strahlung pro Flächeneinheit aus der Schicht schreiben wir

$$\{f(p', p_1) + g(p', p_1)\} d\lambda = K_\lambda d\lambda \quad (24)$$

So können wir die erste Voraussetzung, ersetzen durch

$$\int (X + Y_\lambda + E'_\lambda + S'_\lambda) d\lambda = \int K_\lambda d\lambda \quad (25)$$

wobei sich die Integration über alle Wellenlängen erstreckt. Wir werden brauchen beide Formen der Bedingung - siehe nachfolgend.

Der Verfasser hat analytisch überprüft, dass Gleichung (12 auf Seite 16) aus Gleichung (25) abgeleitet werden kann und das Gleichung (13 auf Seite 16) aus Gleichung (25) folgt, wenn wir uns den Zustand vorstellen, dass die Strahlungen nach unten und oben an der Erdoberfläche im Gleichgewicht sind.

Wenn in einem Gas Konvektion vorhanden ist, muss es immer einen Fluss von Wärme nach oben aus den unteren Schichten geben. Darüber hinaus erhält jede obere Schicht mindestens so viel Wärme wie sie durch Konvektion verliert - und in der Regel mehr. Folglich wäre die Wirkung der Konvektion, daß ein positiver Term auf die rechte Seite von Gleichung (13 auf Seite 16) und auf der linken Seite von Gleichung (25), hinzugefügt wird. D.h. Konvektion ist nur möglich, wenn im tatsächlichen Zustand überall gilt

$$\int (P_\lambda + Y_\lambda) d\lambda > \int (Q_\lambda + G_\lambda) d\lambda \quad (26)$$

und zur gleichen Zeit für die oberen Schichten gilt:

$$\int (X_\lambda + Y_\lambda + E'_\lambda + S'_\lambda) d\lambda < \int K_\lambda d\lambda \quad (27)$$

5 Anwendung auf eine Atmosphäre von einheitlichen Zustand, Unmöglichkeit des konvektiven Gleichgewichts in einer solchen Atmosphäre

Wenn wir eine isotherme Atmosphäre haben, finden wir die folgenden Ausdrücke für A_λ , etc. (mit der Substitution $\sec \Theta = x$):

$$\begin{aligned} A_\lambda &= 2\pi I_\lambda \left(1 - \int_1^\infty x^{-2} e^{-u(0,p_1)} dx \right) & B_\lambda &= 2\pi I_\lambda \left(1 - \int_1^\infty x^{-2} e^{-u(p_1,p_0)} dx \right) \\ P_\lambda &= 2\pi I_\lambda \left(\frac{1}{2} - \int_1^\infty x^{-3} e^{-u(0,p_1)} dx \right) & Q_\lambda &= 2\pi I_\lambda \left(\frac{1}{2} - \int_1^\infty x^{-3} e^{-u(p_1,p_0)} dx \right) \\ F_\lambda &= 2\pi E_\lambda \int_1^\infty x^{-2} e^{-u(p_1,p_0)} dx & G_\lambda &= 2\pi E_\lambda \int_1^\infty x^{-3} e^{-u(p_1,p_0)} dx \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} X_\lambda &= 2\pi I_\lambda \int_1^\infty x^{-3} dx (1 - e^{-u(0,p_1)} - e^{-u(p_1,p')} + e^{-u(0,p')}) \\ Y_\lambda &= 2\pi I_\lambda \int_1^\infty x^{-3} dx (1 - e^{-u(p',p_0)} - e^{-u(p_1,p')} + e^{-u(p_1,p_0)}) \\ K_\lambda &= 2\pi I_\lambda \int_1^\infty x^{-3} dx (2 - 2e^{-u(p_1,p')}) \end{aligned} \quad (29)$$

Es ist zu beachten, dass F und G unabhängig von der Temperaturverteilung im Gas sind⁶⁾. Setzt man diese Gleichungen in Gleichung (25 auf der vorherigen Seite) ein, so finden wir

$$\begin{aligned} \int S'_\lambda d\lambda + \int 2\pi I_\lambda d\lambda \int_1^\infty x^{-3} dx \{ e^{-u(0,p')} + e^{-u(p_1,p_0)} - e^{-u(0,p_1)} + e^{-u(p',p_0)} \} \\ + \int 2\pi E_\lambda d\lambda \int_1^\infty \{ e^{-u(p',p_0)} - e^{-u(p_1,p_0)} \} x^{-3} dx = 0 \end{aligned} \quad (30)$$

oder wenn $E_\lambda = I_\lambda$,

$$\int S'_\lambda d\lambda + \int 2\pi I_\lambda d\lambda \int_1^\infty \{ e^{-u(0,p')} - e^{-u(0,p_1)} \} x^{-3} dx = 0 \quad (31)$$

Setzen wir $p_1 = 0$, $p' = p_0$, sehen wir, dass die Sonnenstrahlung, die in der Atmosphäre absorbiert wird gleich der absorbierten terrestrische Strahlung sein muss und jene muss gleich der Hälfte der Strahlung aus der Atmosphäre sein. [Siehe nachfolgende Zwischenrechnung.](#)

Ferner muss die absorbierte Sonnenstrahlung in jeder Schicht der Atmosphäre, beginnend bei $p_1 = 0$, gleich die Hälfte der Strahlung aus dieser Schicht sein.

⁶⁾Spätere Untersuchungen (z. B. [Milne, 1928]) haben gezeigt, daß das nur ein Spezialfall ist, der allerdings für die untere Atmosphäre (bis ≈ 60 km Höhe im IR-Bereich zutrifft. Die Gasdichte muß für ein lokales thermisches Gleichgewicht genügend groß sein (englisch »local thermodynamic equilibrium - LTE«) und die Dichte der nicht angeregten Zustände muß klein sein gegenüber der Dichte der angeregten Zustände, was im IR-Bereich zutrifft, aber z. B. im Mikrowellenbereich nicht.

Wenn wir die Größen in Gleichung (13 auf Seite 16) ersetzen, finden wir

$$\int V_\lambda d\lambda = \int 2\pi I_\lambda d\lambda \int_1^\infty x^{-3} e^{-u(0,p_1)} dx = 0 \quad (32)$$

und wenn p_1 klein ist, wird daraus

Zwischenrechnung: für $p_1 \approx 0$ gilt $e^{-u(0,p_1)} \approx e^{-u(0,0)} = 1$. Damit wird
 $\int_1^\infty x^{-3} * e^{-u(0,0)} \approx \int_1^\infty x^{-3} * 1 = \int_1^\infty x^{-3} = [-x^{-2}/2] = 1/2$

$$\int V_\lambda d\lambda = \int \pi I_\lambda d\lambda = \pi I \quad (33)$$

oder die Temperatur für den isothermen Zustand muss so beschaffen sein, dass ein vollständiger Strahler bei dieser Temperatur mit einer Intensität strahlen würde, die gleich dem Durchschnitt der vertikalen Komponente der Intensität der Sonnenstrahlung ist.

Für eine trockene Atmosphäre in konvektiven Gleichgewicht wird folglich für die Temperatur Θ fast $\Theta \propto p^n$ gelten, wobei $n = 1/3.5$ ist (siehe Punkt (iv) auf Seite 6) und folglich wird aus Gleichung (1 auf Seite 11):

$$I_\lambda = \frac{\frac{C}{\lambda^5}}{e^{\lambda p^n} - 1} \quad (34)$$

Wir können unsere Ergebnisse für diese Werte von I_λ nicht integrieren, aber wenn wir nicht vergessen, dass in der Nähe des Maximums $I_\lambda \propto \Theta^5$ ist und das $\int I_\lambda d\lambda \propto \Theta^4$, so können wir als Näherung $I \propto p$ annehmen, entsprechend der Temperaturabnahme - die allerdings im konvektiven Zustand (feuchtkonvektive Adiabate) geringer ist als die Abnahme der Temperatur bei trockener Luft. Lassen Sie uns auch b als konstant ansehen, d.h. wir nehmen an, dass es keine Änderung in der Atmosphärezusammensetzung bei Höhenänderung gibt.

Wir finden also, für die Werte von A_λ , etc. (mit unterdrückten Indizes),

$$\begin{aligned} A &= \frac{2\pi I}{p_0} \int_1^\infty x^{-2} dx \left\{ p_1 - \frac{1}{bx} (1 - e^{-bp_1x}) \right\} \\ B &= \frac{2\pi I}{p_0} \int_1^\infty x^{-2} dx \left\{ p_1 - p_0 e^{-b(p_0-p_1)x} + \frac{1}{bx} (1 - e^{-b(p_0-p_1)x}) \right\} \\ P &= \frac{2\pi I}{p_0} \int_1^\infty x^{-3} dx \left\{ p_1 - \frac{1}{bx} (1 - e^{-bp_1x}) \right\} \\ Q &= \frac{2\pi I}{p_0} \int_1^\infty x^{-3} dx \left\{ p_1 - e^{-b(p_0-p_1)x} + \frac{1}{bx} (1 - e^{-b(p_0-p_1)x}) \right\} \end{aligned} \quad (35)$$

wobei sich I auf die Temperatur bei p_0 bezieht.

Nehmen wir $E = I$ und setzen das in die Gleichung (12 auf Seite 16) und Gleichung (13 auf Seite 16) ein, so finden wir

$$\int U_\lambda b d\lambda + 2\pi \int I d\lambda \int_1^\infty \frac{dx}{p_0 x^3} (e^{-bp_1x} - e^{-b(p_0-p_1)x}) = 0 \quad (36)$$

und

$$\int V_\lambda d\lambda = \int \frac{2\pi I d\lambda}{b p_0} \int_1^\infty x^{-4} dx (2 - e^{-b p_1 x} - e^{-b(p_0-p_1)x}) \quad (37)$$

Aber wenn $p_1 < p_0/2$ ist, ist die linke Seite von Gleichung (36 auf der vorherigen Seite) stets positiv, und somit übersteigt für alle Höhen, in denen der Druck weniger als die Hälfte des Oberflächendrucks ist, die Absorption die Strahlung und der Zustand der konvektiven Gleichgewicht kann nicht andauern. Darüber hinaus hat die rechte Seite von Gleichung (37) den gleichen Wert an beiden Grenzen der Atmosphäre, und deshalb kann es keine Absorption von Sonnenstrahlung in einer Atmosphäre mit einheitlichen Zustand im konvektiven Gleichgewichts geben.

Die Werte von X , Y , K sind in diesem Fall wie folgt:

$$X = \frac{2\pi I}{p_0} \int_1^\infty x^{-3} dx \left\{ p_1 (1 - e^{-b(p'-p_1)x}) - \frac{1}{bx} (1 - e^{-b p_1 x} + e^{-b p' x} - e^{-b(p'-p_1)x}) \right\} \quad (38)$$

$$Y = \frac{2\pi I}{p_0} \int_1^\infty x^{-3} dx \left\{ p' (1 - e^{-b(p'-p_1)x}) + \frac{1}{bx} (1 - e^{-b(p'-p_1)x} - e^{-b(p_0-p')x}) \right. \\ \left. + e^{-b(p_0-p_1)x} + p_0 (e^{-b(p_0-p_1)x} - e^{-b(p_0-p')x}) \right\} \quad (39)$$

$$K = \frac{2\pi I}{p_0} \int_1^\infty x^{-3} dx (p_1 + p_0) (1 - e^{-b(p'-p_1)x}) \quad (40)$$

Wenn wir $E = I$ setzen, erhalten wir folglich für $(X + Y + E - K)$ den Wert

$$\frac{2\pi I}{p_0} \int_1^\infty b x^{-4} dx \left\{ e^{-b p_1 x} - e^{-b p' x} + e^{-b(p_0-p_1)x} - e^{-b(p_0-p')x} \right\} \quad (41)$$

oder

$$\frac{2\pi I}{p_0} \int_1^\infty b x^{-4} dx \left\{ e^{-b(p_1+p')x} - e^{-b p_0 x} \right\} \left\{ e^{b p' x} - e^{b p_1 x} \right\} \quad (42)$$

Nun wird mit dieser Gleichung der Überschuss der Absorption über die Strahlung für jede Schicht festgestellt, abgesehen von Absorption der Sonnenstrahlung. Aber nach der Voraussetzung ist $p' > p_1$ und daher absorbiert jede Schicht, für die $p_1 + p' < p_0$ gilt, mehr Strahlung als sie emittiert.

Klar ist, wenn die Strahlungsabnahme mit der Höhe schneller ist als angenommen, wird die Abnahme der Strahlung, die von jeder Schicht absorbiert wird, kleiner sein als die Abnahme der Emission dieser Schicht, so dass in der oberen Hälfte der Atmosphäre die Absorption die Strahlung überschreiten würde und die Temperatur würde steigen. Außerdem, wenn die Temperatur der oberen Schichten steigt, wird auch die Absorption von Strahlung in der Nähe $p_1 = p_0/2$ steigen und damit muss die Erhöhung der Temperatur mindestens so weit gehen, daß $p_1 = p_0/2$, wenn die unteren Schichten in konvektiven Gleichgewicht sind. Daher kann in einer Atmosphäre mit einheitlichem Zustand die Geschwindigkeit der Temperaturabnahme entsprechend dem konvektiven Gleichgewicht nicht bis zu einer Höhe reichen, die größer ist als die, für die der Druck die Hälfte des Oberflächendrucks ist.

6 Anwendung auf die Erdatmosphäre, unter Berücksichtigung der Verminderung des Wasser-Dampfes mit der Höhe. Grenzen bis zu denen das konvektive Gleichgewicht bestehen kann

Wir berücksichtigen, dass es in der Atmosphäre selbst eine rasche Abnahme des Wasserdampf-Gehaltes bei steigender Höhe gibt. Demzufolge fällt der Wert von b mit zunehmender Höhe. Wir können dies näherungsweise berücksichtigen, indem wir b als $\alpha/(q-p)$ ansetzen, wobei α und q Konstanten sind. Dabei hat q die Dimension von Druck und sollte größer als p_0 sein. Wir erhalten dann

$$A_\lambda = 2\pi \int_0^{p_1} I_\lambda dp \int_1^\infty \frac{dx}{x^2} \frac{d}{dp} \left(\frac{q-p_1}{q-p} \right)^{\alpha x} \quad B_\lambda = 2\pi \int_{p_1}^{p_0} I_\lambda dp \int_1^\infty \frac{dx}{x^2} \frac{d}{dp} \left(\frac{q-p}{q-p_1} \right)^{\alpha x} \quad (43)$$

und ähnliche Ausdrücke für P_λ , Q_λ , während

$$F_\lambda = 2\pi \int_1^\infty E_\lambda \frac{dx}{x^2} \left(\frac{q-p_0}{q-p_1} \right)^{\alpha x} \quad G_\lambda = 2\pi \int_1^\infty E_\lambda \frac{dx}{x^3} \left(\frac{q-p_0}{q-p_1} \right)^{\alpha x} \quad (44)$$

Wenn I_λ konstant ist, wird

$$A_\lambda = 2\pi I_\lambda \int_1^\infty \frac{dx}{x^2} \left\{ 1 - \left(\frac{q-p_1}{q} \right)^{\alpha x} \right\} \quad B_\lambda = 2\pi I_\lambda \int_1^\infty \frac{dx}{x^2} \left\{ 1 - \left(\frac{q-p_0}{q-p_1} \right)^{\alpha x} \right\} \quad (45)$$

und ähnliche Ausdrücke für P und Q .

Schreiben wir $k_1 = \log_e \left(\frac{q}{q-p_1} \right)$, $k_2 = \log_e \left(\frac{q-p_1}{q-p_0} \right)$ und nehmen $I_\lambda \propto p$, erhalten wir

$$A_\lambda = \frac{2\pi I_\lambda}{p_0} \int_1^\infty \frac{dx}{x^2} \left\{ p_1 - \frac{q-p_1}{\alpha x - 1} (1 - e^{-k_1(\alpha x - 1)}) \right\} \quad (46)$$

$$B_\lambda = \frac{2\pi I_\lambda}{p_0} \int_1^\infty \frac{dx}{x^2} \left\{ p_1 - p_0 e^{-k_2 \alpha x} + \frac{q-p_1}{\alpha x - 1} (1 - e^{-k_2(\alpha x + 1)}) \right\}$$

und ähnliche Ausdrücke für P_λ und Q_λ , während

$$F_\lambda = 2\pi E_\lambda \int_1^\infty \frac{dx}{x^2} e^{-k_2 \alpha x} \quad G_\lambda = 2\pi E_\lambda \int_1^\infty \frac{dx}{x^3} e^{-k_2 \alpha x} \quad (47)$$

Setzt man das in Gleichung (12 auf Seite 16) ein, erhalten wir nach der Reduktion

$$\int U_\lambda b d\lambda + \int \frac{2\pi I_\lambda}{p_0} \int_1^\infty \frac{dx}{x^2} \left\{ \frac{q-p_1}{\alpha x + 1} (1 - e^{-k_2(\alpha x + 1)}) - \frac{q-p_1}{\alpha x - 1} (1 - e^{-k_1(\alpha x - 1)}) \right\} = 0 \quad (48)$$

Jetzt betrachten wir p_1 in der Nähe von 0. Damit wird

$$k_1 = 0 \quad \text{und} \quad \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2} \frac{q - p_1}{\alpha x - 1} (1 - e^{-k_1(\alpha x - 1)}) = 0 \quad (49)$$

so dass der Term mit I_λ positiv wird, was darauf hinweist, dass, auch abgesehen von Absorption der Sonnenstrahlung, es einen Überschuss von Absorption über Strahlung gibt. Die oberen Schichten würde also aufgewärmt werden, so dass mit dem geänderten Wert von b auch der Zustand $I_\lambda \propto p$ in der Atmosphäre nicht vorhanden sein kann.

Um X_λ, Y_λ zu finden, stellen wir fest, dass

$$f(p_1, p_2) = \frac{2\pi I_\lambda}{p_0} \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^3} \left\{ p_1 - p_2 \left(\frac{q - p_1}{q - p_2} \right)^{\alpha x} - \frac{q - p_1}{\alpha x - 1} \left[1 - \left(\frac{q - p_1}{q - p_2} \right)^{\alpha x - 1} \right] \right\} \quad (50)$$

und

$$g(p_3, p_1) = \frac{2\pi I_\lambda}{p_0} \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^3} \left\{ p_1 - p_3 \left(\frac{q - p_3}{q - p_1} \right)^{\alpha x} - \frac{q - p_1}{\alpha x + 1} \left[1 - \left(\frac{q - p_3}{q - p_1} \right)^{\alpha x + 1} \right] \right\} \quad (51)$$

Setzt man diese Werte ein, so finden wir

$$\begin{aligned} & X_\lambda + Y_\lambda + E'_\lambda - K_\lambda \\ &= \frac{2\pi I_\lambda}{p_0} \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^3} \left\{ 1 - \frac{q - p'}{\alpha x - 1} \left[1 - \left(\frac{q - p'}{q} \right)^{\alpha x - 1} \right] + \frac{q - p_1}{\alpha x + 1} \left[1 - \left(\frac{q - p_0}{q - p_1} \right)^{\alpha x + 1} \right] \right. \\ & \quad \left. - \frac{q - p_1}{\alpha x - 1} \left[1 - \left(\frac{q - p_1}{q} \right)^{\alpha x + 1} \right] - \frac{q - p'}{\alpha x + 1} \left[1 - \left(\frac{q - p_0}{q - p'} \right)^{\alpha x + 1} \right] \right\} \quad (52) \end{aligned}$$

Wenn wir $p_1 = 0$ setzen, ergibt sich ein Überschuss der Absorption über Strahlung in der Luftschicht von der äußeren Grenze bis zu einem Ort mit dem Druck p' . Vereinfacht finden wir, dass das Vorzeichen des Integranden immer positiv ist. So würde unter der Bedingung $I_\lambda \propto p$ eine solche Schicht in der Atmosphäre mehr Strahlung absorbieren als sie emittiert, auch abgesehen von Sonnenstrahlung. Es ist daher sicher, dass, wenn in den unteren Teil der Atmosphäre gilt $I_\lambda \propto p$, muss im oberen Teil die Temperatur deutlich größer sein, als es so dem Strahlungs-Gesetz entspricht.

Wenn wir $p' = p_0$ setzen, so erhalten wir für den Überschuss der Absorption über Strahlung in der Schicht, die sich von der Erdoberfläche zu einem Punkt mit dem Druck p_1 erstreckt,

$$\begin{aligned} & \frac{2\pi I_\lambda}{p_0} \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^3} \left\{ \frac{q - p_1}{\alpha x - 1} \left[1 - \left(\frac{q - p_0}{q} \right)^{\alpha x - 1} \right] + \frac{q - p_1}{\alpha x + 1} \left[1 - \left(\frac{q - p_0}{q - p_1} \right)^{\alpha x + 1} \right] \right. \\ & \quad \left. - \frac{q - p_1}{\alpha x - 1} \left[1 - \left(\frac{q - p_1}{q} \right)^{\alpha x - 1} \right] \right\} \quad (53) \end{aligned}$$

und dieser Überschuss muss negativ sein, wenn der Zustand $I_\lambda \propto p$ bis p_1 reicht. Auch, wenn er negativ ist, muss sein Wert nicht größer sein als die absorbierte Sonnenstrahlung plus die Energie, die von der Erdoberfläche konvektiv hergebracht wird.

Die Werte von q und α werden für verschiedene Wellenlängen unterschiedlich sein, aber für ein näherungsweise Ergebnis können wir Mittelwerte für diese Größen annehmen. Wir setzen also $q = \frac{9}{8}p_0$ (Fall i), was eine Verminderung in der Absorption ergibt, die stärker als die beobachtete Abnahme des vorhandenen Wasserdampf-Anteils ist. Wir werden auch den Fall $q = \frac{5}{4}p_0$ (Fall ii) betrachten, für den die Abnahme geringer ist als die beobachtete Wasser-Dampf-Abnahme. In beiden Fällen ist $q > p_0$.

Die Intensität der transmittierten Strahlung bei einem vertikalen Pfad fällt die Anfangsintensität im Verhältnis $\{(q - p_0)/q\}^\alpha$ oder entsprechend für die Werte von q von oben ist $\{\frac{1}{9}\}^\alpha$ (Fall i) bzw. $\{\frac{1}{5}\}^\alpha$ (Fall ii).

[Langley und Very, 1890] schätzt die transmittierte Strahlung auf 0.806 und 0.75 bis 0.96, aber er erklärt, dass seine Schätzung wahrscheinlich zu hoch ist.

[Lowell, 1907] nimmt die Absorption von terrestrischer Strahlung zu 0.5 an und folgt damit [Poynting, 1907].

(i) Nehmen wir an, dass 25 Prozent der Strahlung frei und ohne Absorption übertragen wird, und dass zwei Drittel des Restes bei der vertikalen Übertragung absorbiert wird. Das ergibt $\alpha = 0.5$ (Fall i) und 0.68 (Fall ii) für die genommenen Werte von q .

(ii) Nehmen wir an, die Absorption auf das gesamte Spektrum zu erweitern und so beschaffen zu sein, dass an der Oberfläche in 100 Meter Luft bei mittlerer Luftfeuchtigkeit 20 Prozent der durchtretenden Strahlung niedriger Temperatur absorbiert werden, im Einklang mit Langley's Beobachtungen. Das gibt $a = 2$ (Fall i) und 4 (Fall ii) für die beiden Werte von q .

Für die Zwecke der Berechnung verwenden wir die folgende Tabelle, wobei die Werte gegeben sind mit

$$\int_1^\infty x^{-n} e^{-tx} = H_n \quad \text{für} \quad n = 1, 2, 3 \quad (54)$$

und verschiedene Werte von t . Die Werte für $n = 1$ wurden durch [Glaisher, 1870] angegeben:

t	H_1	H_2	H_3	t	H_1	H_2	H_3
0,01	4,03793	0,94967	0,49027	0,90	0,26018	0,17241	0,12570
0,02	3,35471	0,91311	0,48097	0,95	0,23874	0,15994	0,11740
0,03	2,95912	0,88168	0,47200	1,0	0,21938	0,14860	0,10969
0,04	2,68126	0,85354	0,46332	1,1	0,18599	0,12828	0,09589
0,05	2,46790	0,82784	0,45492	1,2	0,15841	0,11110	0,08394
0,06	2,29531	0,80404	0,44676	1,3	0,13545	0,09644	0,07358
0,07	2,15084	0,78184	0,43883	1,4	0,11622	0,08389	0,06458
0,08	2,02694	0,76096	0,43112	1,5	0,10002	0,07310	0,05674
0,09	1,91874	0,74125	0,42361	1,6	0,08631	0,06380	0,04991
0,10	1,82292	0,72255	0,41629	1,7	0,07465	0,05578	0,04393
0,15	1,46446	0,64104	0,38227	1,8	0,06471	0,04882	0,03871
0,20	1,22265	0,57420	0,35195	1,9	0,05620	0,04279	0,03413
0,25	1,04428	0,51773	0,32468	2,0	0,04890	0,03754	0,03013
0,30	0,90568	0,46912	0,30004	2,2	0,03719	0,02898	0,02352
0,35	0,79422	0,42671	0,27767	2,4	0,02844	0,02246	0,01841
0,40	0,70238	0,38937	0,25728	2,5	0,02491	0,01982	0,01627
0,45	0,62533	0,35623	0,23866	2,6	0,02185	0,01746	0,01444
0,50	0,55977	0,32665	0,22160	2,8	0,01686	0,01360	0,01136
0,55	0,50336	0,30010	0,20595	3,0	0,01305	0,01064	0,00894
0,60	0,45438	0,27618	0,19155	3,5	0,00697	0,00680	0,00495

t	H_1	H_2	H_3	t	H_1	H_2	H_3
0,65	0,41152	0,25456	0,17829	4,0	0,00378	0,00320	0,00276
0,70	0,37377	0,23495	0,16606	4,5	0,00207	0,00179	0,00153
0,75	0,34034	0,21711	0,15477	5,0	0,00115	0,00099	0,00090
0,80	0,31060	0,20085	0,14432	6,0	0,00036	0,00032	0,00028
0,85	0,28402	0,18599	0,13466				

Tabelle 8: H-Tabelle

Wir beobachten auch, dass

$$\frac{1}{x^3(\alpha x + 1)} = \frac{1}{x^3} - \frac{\alpha}{x^2} + \frac{\alpha^2}{x} - \frac{\alpha^2}{x + c} \quad \text{wobei} \quad c = \frac{1}{\alpha} \quad (55)$$

und

$$\int_1^{\infty} \frac{e^{-k(\alpha x + 1)} dx}{x + c} = \int_1^{\infty} \frac{e^{-kx(1 + \alpha)}}{x} dx \quad \int_1^{\infty} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x + c} \right) = \log(1 + c) \quad (56)$$

Wir haben auch

$$\frac{1}{x^3(\alpha x - 1)} = -\frac{1}{x^3} - \frac{\alpha}{x^2} - \frac{\alpha^2}{x} + \frac{\alpha^2}{x - c} \quad (57)$$

und wenn $\alpha > 1$,

$$\int_1^{\infty} \frac{e^{-k(\alpha x - 1)} dx}{x - c} = \int_1^{\infty} \frac{e^{-kx(\alpha - 1)}}{x} dx \quad \text{und} \quad \int_1^{\infty} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x - c} \right) = \log(1 - c) \quad (58)$$

Aber wenn $a < 1$, haben wir

$$\begin{aligned} & \int_1^{\infty} \left(\frac{1}{x - c} - \frac{1}{x} \right) [1 - e^{-k\alpha(x-c)}] dx = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_1^{c-\epsilon} + \int_{c+\epsilon}^{\infty} dx \left(\frac{1}{x - c} - \frac{1}{x} \right) [1 - e^{-k\alpha(x-c)}] \\ & = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left[-\log \frac{\epsilon}{c + \epsilon} + \log \frac{\epsilon}{c - \epsilon} - \log(c - 1) - \int_1^{c-\epsilon} \frac{e^{-k\alpha(x-c)}}{x - c} - \int_{c+\epsilon}^{\infty} \frac{e^{-k\alpha(x-c)}}{x - c} \right. \\ & \qquad \qquad \qquad \left. + \int_1^{\infty} x^{-1} e^{-k\alpha(x-c)} dx \right] \quad (59) \\ & = -\log(c - 1) - \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left[\log \epsilon - \log(c - 1) - k\alpha(c - \epsilon - 1) - \frac{k^2 \alpha^2}{2 * 2!} \{(c - 1)^2 - \epsilon^2\} \right. \\ & \qquad \qquad \qquad \left. - \dots + \int_{\epsilon}^{\infty} x^{-1} e^{-k\alpha x} dx + \int_1^{\infty} x^{-1} e^{-k\alpha(x-c)} dx \right] \\ & = -\log(c - 1) + \log(c - 1) + C + \log k\alpha + k\alpha(c - 1) + \dots + \int_1^{\infty} x^{-1} e^{-k\alpha(x-c)} dx \end{aligned}$$

weil $\lim_{\delta \rightarrow 0} \left(\log \delta + \int_{\delta}^{\infty} t^{-1} e^{-t} dt \right) = -C$ ist, wobei C die Euler-Konstante ist [Bromwich, 1908].

So setzen wieder α^{-1} für c ein, finden wir für den Wert des Integrals

$$C + \log k \alpha + k(1 - \alpha) + \frac{k^2(1 - \alpha)^2}{2 * 2!} + \dots + \int_1^{\infty} x^{-1} e^{-k(\alpha x - 1)} dx \quad (60)$$

Wir bezeichnen mit $P, Q, \text{etc.}$, die Werte von $\int P \lambda d\lambda$ etc., und wir berechnen die Werte für I konstant und für $I \propto p$. Die Werte werden in der Reihenfolge entsprechend den vier Werte von α , d.h. gegeben 0.5, 2.0; 0.68, 4.0; das erste Paar entspricht $q = \frac{9}{8}p_0$ (Fall i) und das zweite Paar zu $q = \frac{5}{4}p_0$ (Fall ii).

Bei $p = 0, k_1 = 0, k_2 = \log_e 9 = 2,2$ (Fall i) bzw. $\log_e 5 = 1,61$ (Fall ii).

Für konstantes I ,

$$P = 0, \quad Q = 0.61 \pi I, \quad \pi I; \quad 0.61 \pi I, \quad \pi I \quad (61)$$

Für $I \propto p$

Fall	(i)	(ii)		
	$P = 0$	$A = 0$		
Fall	(1)	(2)	(3)	(4)
	$Q = 0.32 \pi I,$	$0.26 \pi I;$	$0.27 \pi I,$	$0.18 \pi I;$
	$B = 0.55 \pi I,$	$0.42 \pi I;$	$0.51 \pi I,$	$0.26 \pi I.$

Wir bemerken hier ein etwas überraschendes Ergebnis. Da der Wert von b für den Fall (4) - d.h. $4 / \left(\frac{5}{4}p_0 - p \right)$ - immer größer ist als der Wert bei dem entsprechenden Druck in Fall (2) - d.h. $2 / \left(\frac{9}{8}p_0 - p \right)$ - ist die Strahlung von jedem korrespondierenden Element im Fall (4) größer als die Strahlung für das entsprechende Element im Fall (2). Doch die äußere Bestrahlung aus der ganzen Atmosphäre bei (4) ist deutlich geringer als im Fall (2).

Die Werte von F und G für die vier Fälle sind gegeben durch

$$\begin{aligned} F &= 0.26 \pi E, 0.00 \pi E; 0.26 \pi E, 0.00 \pi E; \\ G &= 0.39 \pi E, 0.00 \pi E; 0.39 \pi E, 0.00 \pi E. \end{aligned} \quad (63)$$

Nun sind die Werte $(F + A + B)$ bei $p = 0$, wenn $I \propto p$ ist, geringer als bei jedem anderen Teil der Atmosphäre für mögliche Temperaturverteilungen mit der gleichen Oberflächentemperatur. Aber die Strahlung von jedem Element muss größer sein als der absorbierte Wert $(F + A + B)$. Wenn also $E = I$ ist und wir nicht vergessen, dass in Fällen (1), (3) nur 75 Prozent der Strahlung absorbiert wird, finden wir als untere Grenze für I'

$$0.19 I, 0.11 I; 0.17 I, 0,07 I \quad (64)$$

wobei I' die Strahlungsintensität eines schwarzen Strahler bei der Temperatur des Elements ist.

Bei einem I entsprechend einer Temperatur von 300 K, sind daher die unteren Grenzen für die Temperatur an jedem beliebigen Punkt in der Atmosphäre

$$198 \text{ K}, 173 \text{ K}; 193 \text{ K}, 154 \text{ K}. \quad (65)$$

An der Erdoberfläche ist $p = p_0, k_1 = 2,2$ bzw. $1,61$ und $k_2 = 0$

Für konstantes I ,

$$P = 0.61 \pi I, \quad \pi I; \quad 0.61 \pi I, \quad \pi I; \quad \text{und} \quad Q = 0 \quad (66)$$

Für $I \propto p$,

$$P = 0.49 \pi I, 0.93 \pi I; 0.47 \pi I, 0.95 \pi I; \quad \text{und} \quad Q = 0 \text{ ist.} \quad (67)$$

Bei $p = p_0/2$ ist $k_1 = 0.6$ bzw. $0,5$, $k_2 = 1.61$ bzw. $1,1$

Für konstantes I ,

$$\begin{aligned} P &= 0.30 \pi I, 0.83 \pi I; 0.33 \pi I, 0.94 \pi I; \\ Q &= 0.54 \pi I, 0.98 \pi I; 0.52 \pi I, 1.00 \pi I. \end{aligned} \quad (68)$$

Für $I \propto p$,

$$\begin{aligned} P &= 0.10 \pi I, 0.30 \pi I; 0.15 \pi I, 0.34 \pi I; \\ Q &= 0.40 \pi I, 0.63 \pi I; 0.38 \pi I, 0.60 \pi I. \end{aligned} \quad (69)$$

Ebenso finden wir, wenn wir mit P_1 die Strahlung auf die Erde von der [unteren](#) Schicht bis $p_0/2$ bezeichnen und mit Q_1 die Strahlung in den Weltraum aus der oberen Hälfte der Atmosphäre, bei $I \propto p$,

$$\begin{aligned} P_1 &= 0.47 \pi I, 0.93 \pi I; 0.45 \pi I, 0.95 \pi I; \\ Q_1 &= 0.08 \pi I, 0.16 \pi I; 0.08 \pi I, 0.15, \pi I. \end{aligned} \quad (70)$$

Durch die Anwendung der Ergebnisse des Abschnitt 4 auf Seite 14 für X_λ, Y_λ , finden wir für die absorbierte atmosphärische Strahlung in dieser oberen Schicht

$$X_1 = 0.16 \pi I, 0.53 \pi I; 0.19 \pi I, 0.57 \pi I \quad (71)$$

Die absorbierte terrestrische Strahlung in der Schicht wird

$$E_1 = 0.07 \pi E, 0.02 \pi E; 0.09 \pi E, 0.00 \pi E \quad (72)$$

Wenn also $E = I$ ist, ist die gesamte Absorption, abgesehen von der Sonnenstrahlung

$$0.23 \pi I, 0.55 \pi I; 0.28 \pi I, 0.57 \pi I \quad (73)$$

Die Strahlung aus der Schicht im Falle $I \propto p$ ist

$$\begin{aligned} 0.10 \pi I, 0.30 \pi I; 0.15 \pi I, 0.34 \pi I & \quad \text{nach unten,} \\ 0.08 \pi I, 0.16 \pi I; 0.08 \pi I, 0.15 \pi I & \quad \text{nach oben,} \end{aligned} \quad (74)$$

oder

$$0.18 \pi I, 0.46 \pi I; 0.23 \pi I, 0.49 \pi I \quad \text{ins All.} \quad (75)$$

Wie wir erwarten ist die Gesamtstrahlung geringer als die Gesamtabsorption. Wenn die Schicht über $p_0/2$ isotherm wäre, wäre die Stärke der Absorption von ihr die gleiche, aber die Strahlung in jeder Richtung wäre

$$0.30 \pi I, 0.83 \pi I; 0.33 \pi I, 0.94 \pi I \quad (76)$$

wobei I_1 die Intensität der Strahlung entsprechend der Temperatur der Schicht wäre, d.h. $I/2$, da $I \propto p$ in der unteren Schicht.

Die Strahlung wäre daher mehr als die Absorption entsprechend

$$0.07 \pi I, 0.28 \pi I; 0.05 \pi I, 0.37 \pi I \quad (77)$$

Diese Beträge sind zu groß, um durch die Absorption von Sonnenstrahlung in der oberen Hälfte der Atmosphäre geliefert zu werden, und wir schließen, dass wir einen isothermen Zustand nicht über einen so großen Teil der oberen Atmosphäre haben. Wenn ein solcher Zustand jederzeit existieren würde, würde die Temperatur der Schicht fallen und damit würden die Konvektionsströme in der unteren Atmosphäre zu größeren Höhen zu durchdringen und Zustand $I \propto p$ im unteren Teil der Schicht etablieren.

Wir betrachten dem Fall, dass die Teilung bei $p = p_0/4$ angenommen wird. Für $p = p_0/4$ wird $k_1 = 0,251$ bzw. $0,222$, $k_2 = 1,95$ bzw. $1,39$

Für konstantes I ,

$$\begin{aligned} P &= 0.15 \pi I, 0.56 \pi I; 0.18 \pi I, 0.75 \pi I; \\ Q &= 0.58 \pi I, 0.99 \pi I; 0.57 \pi I, 1.00 \pi I. \end{aligned} \quad (78)$$

Für $I \propto p$,

$$\begin{aligned} P &= 0.015 \pi I, 0.08 \pi I; 0.02 \pi I, 0.09 \pi I; \\ Q &= 0.37 \pi I, 0.46 \pi I; 0.34 \pi I, 0.39 \pi I. \end{aligned} \quad (79)$$

Wenn P_2 die Strahlung auf die Erde von der Schicht $p_0/4$ bis p_0 bezeichnet und Q_2 die Strahlung in den Weltraum von der Schicht $p_0/4$ bis 0 , so finden wir

$$\begin{aligned} P_2 &= 0.48 \pi I, 0.93 \pi I; 0.47 \pi I, 0.95 \pi I, \\ Q_2 &= 0.02 \pi I, 0.06 \pi I; 0.02 \pi I, 0.11 \pi I. \end{aligned} \quad (80)$$

Wir finden, wie oben, für die atmosphärische und terrestrische Strahlung, die in der oberen Schicht absorbiert wird,

$$\begin{aligned} P_2 &= 0.07 \pi I, 0.26 \pi I; 0.09 \pi I, 0.32 \pi I, \\ E_2 &= 0.03 \pi E, 0.01 \pi E; 0.04 \pi E, 0.00 \pi E, \end{aligned} \quad (81)$$

und es ergibt sich die Gesamtabsorption, abgesehen von der Sonnenstrahlung, wenn $E = I$ ist,

$$0.10 \pi I, 0.27 \pi I; 0.13 \pi I, 0.32 \pi I \quad (82)$$

Wenn $I \propto p$ gelten würde, wäre die Strahlung aus dieser Schicht,

$$0.035 \pi I, 0.14 \pi I; 0.04 \pi I, 0.20 \pi I \quad (83)$$

was viel weniger ist als die Absorption.

Wenn diese Schicht isotherm wäre, würde die Strahlung in jeder Richtung

$$0.15 \pi I_c, 0.56 \pi I_c; 0.18 \pi I_c, 0.75 \pi I_c \quad (84)$$

wobei I_c der Temperatur der Schicht entspricht, d.h. dass $I_c = I/4$

Die Strahlung ist daher

$$0.07 \pi I, 0.28 \pi I; 0.09 \pi I, 0.37 \pi I \quad (85)$$

und übersteigt nicht die Absorption abgesehen von der Sonnenstrahlung. Wir schließen daraus, dass, wenn die äußere Schicht der Atmosphäre isotherm ist, sie mindestens bis zur Schicht mit $p = p_0/4$ reichen muss. Es scheint auch, dass je größer die Absorptionsstärke

der Atmosphäre für die terrestrische Strahlung ist, desto größer wird die Höhe, ab der der isotherme Zustand beginnt, abgesehen von anderen Erwägungen.

Die Strahlung aus der Schicht p_0 bis $p_0/4$ ist

$$\begin{aligned} 0.48 \pi I, 0.93 \pi I; 0.47 \pi I, 0.95 \pi I & \text{ nach unten,} \\ 0.37 \pi I, 0.46 \pi I; 0.34 \pi I, 0.39 \pi I & \text{ nach oben,} \end{aligned} \quad (86)$$

oder

$$0.85 \pi I, 1.39 \pi I; 0.81 \pi I, 1.34 \pi I \quad \text{ins All.} \quad (87)$$

Die Absorption in der äußeren Schicht ist,

$$0.12 \pi I_c, 0.55 \pi I_c; 0.14 \pi I_c, 0.75 \pi I_c \quad (88)$$

und

$$0.58 \pi E, 0.99 \pi E; 0.57 \pi E, 1.00 \pi E \quad \text{von der Erde,} \quad (89)$$

oder

$$0.61 \pi I, 0.1.13 \pi I; 0.61 \pi I, 1.19 \pi I \quad \text{wenn } E = I. \quad (90)$$

Die Strahlung überschreitet daher die Absorption in diese Schicht mit

$$0.24 \pi I, 0.26 \pi I; 0.20 \pi I, 0.15 \pi I \quad (91)$$

und dieser Verlust muss durch Absorption von Sonnenstrahlung und durch konvektiven Energietransport von der Oberfläche der Erde erfolgen, entweder in Form von erwärmter Luft [und](#)/oder von Wasserdampf.

Wenn wir den Mittelwert nehmen, der $0.21 \pi I$ sei und davon ausgehen, dass sowohl solare Strahlung als auch Konvektion nicht wirken und dass demzufolge die Temperatur der Schicht gleichmäßig fällt, so ist der Rückgang pro Minute $\frac{0.21 * 0.62}{57 * 13.6 * 0.24}$ oder etwa 1 K in 24 Stunden, wenn die Ausgangstemperatur 300 K ist. Die Strahlung auf die Erde aus einer Atmosphäre mit $I \propto p$ bis $p = p_0/4$ und danach konstanter Temperatur wird entsprechend

$$0.51 \pi I, 0.94 \pi I; 0.51 \pi I, 0.95 \pi I \quad (92)$$

Bei Messungen, die Maurer bei Zürich gemacht hat, [Hann, 1906] wurde festgestellt, dass die Strahlung aus der Atmosphäre 37 Kalorien pro Minute ist, wobei die Lufttemperatur 15°C war bei einer Höhe der Beobachtungsstation von 440 Metern ueber NN. Daraus ergibt sich eine Strahlung nach unten gleich $0.70 \pi I$.

Ähnliche Messungen wurden bei Rauris (950 Meter) gemacht, bei einer Temperatur von -6°C und ergaben für die atmosphärische Strahlung 0,21 Kalorien pro Minute oder $0.41 \pi I$.

Von [Langley und Very, 1890] gefundenen Werte für die effektive Temperatur des Himmels bei Strahlungsmessungen variierten von -25°C bis -60°C . Bei einem Cirrus Nebel fand er -15°C . Wenn wir einen Mittelwert von -40°C annehmen, erhalten wir für das Verhältnis der Himmels-Strahlung zu der Strahlung eines schwarzen Körpers bei einer Temperatur von 15°C , den Wert 0,42.

Diese Werte stimmen am besten mit den Werten überein, die mit der Annahme (1) in Bezug auf die Absorptionsfähigkeit der Atmosphäre erhalten werden.

Die Strahlung aus der Schicht von p_0 bis $p = p_0/2$ ist

$$0.87 \pi I, 1.56 \pi I; 0.83 \pi I, 1.55 \pi I \quad (93)$$

Die absorbierte Strahlung kommt von der Erde, aus der Schicht von $p_0/2$ bis $p_0/4$ und aus der äußeren Schicht von $p_0/4$ bis 0.

Die Anteile aus diesen drei Quellen sind jeweils

$$\begin{aligned} & 0.54 \pi E, 0.98 \pi E; 0.52 \pi E, 1.00 \pi E \\ & 0.08 \pi I, 0.28 \pi I; 0.12 \pi I, 0.33 \pi I \\ \text{und} & 0.07 \pi I, 0.16 \pi I; 0.03 \pi I, 0.12 \pi I \end{aligned} \quad (94)$$

Wenn $E = I$ ist, ist die Totalabsorption in der Schicht von p_0 bis $p = p_0/2$

$$0.64 \pi I, 1.30 \pi I; 0.65 \pi I, 1.36 \pi I \quad (95)$$

Das Energiegleichgewicht wird durch die zugeführte Sonneneinstrahlung und Konvektion erreicht

$$0.23 \pi I, 0.26 \pi I; 0.18 \pi I, 0.19 \pi I \quad (96)$$

Durch Subtraktion dieser Werte von Werten, die man für die umfangreichere Schicht von p_0 bis $p = p_0/2$ findet, bekommen wir die Energie, die durch Konvektion und Solarstrahlung an die Schicht von $p_0/2$ bis $p = p_0/4$ geliefert wird, d.h.

$$0.01 \pi I, 0.00 \pi I; 0.02 \pi I, -0.04 \pi I \quad (97)$$

Diese Beträge könnten durch Absorption von Sonnenstrahlung allein versorgt werden, so dass es wenig vertikale Konvektion oberhalb $p = p_0/2$ geben wird. Tatsächlich absorbiert im Falle (4) die Schicht mehr Energie als sie ausstrahlt.

Die Strahlung über die äußere Grenze der Atmosphäre ist in dem Fall, wenn die Schicht oberhalb $p = p_0/4$ isothermen ist, ist

$$\begin{aligned} & 0.15 \pi I_c + 0.39 \pi E + 0.32 \pi I - 0.02 \pi I \\ & 0.56 \pi I_c + 0.00 \pi E + 0.26 \pi I - 0.08 \pi I \\ & 0.18 \pi I_c + 0.39 \pi E + 0.27 \pi I - 0.02 \pi I \\ & 0.75 \pi I_c + 0.00 \pi E + 0.18 \pi I - 0.09 \pi I \end{aligned} \quad (98)$$

oder wenn $E = I$ ist,

$$0.73 \pi I, 0.32 \pi I; 0.68 \pi I, 0.28 \pi I \quad (99)$$

Jedoch muss diese Strahlung gleich der Differenz zwischen der einfallenden und der reflektierten Sonnenstrahlung sein, darunter dem reflektierten Teil der diffusen Strahlung, die in den Weltraum zurückkehrt, sagen wir die Hälfte. Laut [Abbot und F.E. Fowle, 1908, p. 144] spiegeln Wolken 65 Prozent der Sonnenstrahlung. Wir können den Wert diffuser Strahlung zu 40 Prozent annehmen [Abbot und F.E. Fowle, 1908, p. 129] oder in der Wolken-Ebene mit 16 Prozent. Gäbe es keine Wolken, sollte die einfallende Sonnenstrahlung von oben zum Gleichgewicht 80 Prozent der gesamten einfallenden Strahlungsenergie beitragen und bei der Anwesenheit Wolken wäre sie

$$100 \left(1 - \frac{1}{2} * 0.16 - 0.84 * 0.65 + \frac{1}{2} * 0.16 * 0.84 * 0.65 \right) \text{ Prozent} = 41 \text{ Prozent} \quad (100)$$

so muss, wenn die durchschnittliche Intensität der Sonnenstrahlung = πI ist, die Temperatur der oberen Schicht in den Fällen der größeren Absorption höher sein als entsprechend dem isothermen Zustand von $p_0/4$ aufwärts.

Die Anwesenheit von Wolken wird keinen wesentlichen Effekt auf die terrestrische und atmosphärische Strahlung haben, da sie zwar reflektieren, aber es ist wenig und wenn sie absorbieren dann werden sie auch auf gleicher Wellenlänge strahlen.

7 Anwendung auf die Berücksichtigung der Tages- und Nachttemperaturen der Erdoberfläche

Wenn wir unsere Ergebnisse bei einer Betrachtung der Tag- und Nacht-Temperatur der Erdoberfläche anwenden, wie es [Poynting, 1907] getan hat, finden wir, wenn wir die Wärmeleitung vernachlässigen,

$$E_{max} = Q + tS - E' \quad E_{min} = Q - E'_1 \quad (101)$$

wobei E_{max} , E_{min} die Erdabstrahlungen zum Zeitpunkt der maximalen und minimalen Temperatur sind, ist Q die atmosphärische Strahlung nach unten, und E' , E'_1 sind die Raten, mit denen Energie von der Oberfläche durch Konvektion **und**/oder durch Verdunstung verloren geht. E'_1 ist wahrscheinlich klein und kann positiv oder negativ sein, aber E' wird beträchtlich sein. Um eine jährliche Niederschlagsmenge von 200 cm zu produzieren, die wir als den Wert für die Äquatorialzone nehmen können, ist die Rate der Energie, die durch Verdunstung verloren geht 0,22 Kalorien pro Minute und cm^2 . Wenn dieser Prozess nur während des Tages passiert, ist die durchschnittliche Rate 0,44 Kalorien pro Minute und es erscheint angemessen, für den Zeitpunkt der maximalen Temperatur eine Rate anzunehmen, die mindestens das Doppelte der durchschnittlichen Rate ist, so dass wir $E' = 0,9$ Kalorien pro Minute setzen.

Setzen wir $tS = 1.4$ und nehmen eine mittlere Lufttemperatur von 300 K an, so dass $\pi I = 0.62$ wird, so erhalten wir

$$E_{max} = 0.51 \pi I + tS - E' = 0.32 + 1.4 - 0.9 = 0.82 \quad \text{Fall (i)} \quad (102)$$

oder

$$E_{max} = 0.95 \pi I + tS - E' = 0.59 + 1.4 - 0.9 = 1.09 \quad \text{Fall (ii)} \quad (103)$$

und

$$E_{min} = 0.51 \pi I = 0.32 \quad \text{Fall (i)} \quad (104)$$

oder

$$E_{min} = 0.51 \pi I = 0.32 \quad \text{Fall (ii)} \quad (105)$$

den beiden Fällen entsprechend den beiden Annahmen in Bezug auf die Absorptionsfähigkeit der Atmosphäre.

Die entsprechenden Temperaturen wären

$$\begin{array}{llll} \Theta_{max} = 322 \text{ K} & \text{oder} & 346 \text{ K} & \\ \Theta_{min} = 254 \text{ K} & \text{oder} & 296 \text{ K} & \end{array} \quad (106)$$

In einer Höhe von 5,5 Kilometern, entsprechend einem Druck gleich der Hälfte des Oberflächendrucks, haben wir

$$Q = 0.14 \pi I \quad \text{Fall (i)} \quad (107)$$

oder

$$Q = 0.35 \pi I \quad \text{Fall (ii)} \quad (108)$$

in den beiden Fällen.

Im weiteren ist tS fast = 1.7 und um einen Näherungswert für E' zu erhalten, setzen wir ihn gleich $x(\Theta - T)$, wobei T die mittlere Lufttemperatur ist. Der Wert von x ist 0.04 oder 0.02, vorausgesetzt, dass die Oberflächenwerte korrekt sind.

Die Gleichungen für Θ_{max} werden dann sein

$$\alpha \Theta_{max}^4 = 0.09 + 1.7 - 0.04(\Theta_{max} - T) \quad (109)$$

oder

$$\alpha \Theta_{max}^4 = 0.22 + 1.7 - 0.02(\Theta_{max} - T) \quad (110)$$

wobei $T = 252$ K ist, das entspricht einer Meeresoberflächentemperatur von 300 K.

Dies ergibt

$$\Theta_{max} = 284 \text{ K} \quad (i) \quad \text{bzw.} \quad 312 \text{ K} \quad (ii) \quad (111)$$

und der Wert von E' ist fast 1,2.

Es sind die Werte von

$$\Theta_{min} = 184 \text{ K} \quad (i) \quad \text{oder} \quad 201 \text{ K} \quad (ii) \quad (112)$$

Die Übersetzung des nachfolgenden Abschnitts ist sehr mangelhaft, da schon der englische Text von 1908 heutzutage unverständlich ist. Ich habe mich sogar an die Royal Meteorological Society gewandt, deren Präsident Gold von 1934 bis 1936 war. Es kam als Antwort in englisch, daß der Text ziemlich unverständlich ist und wahrscheinlich damit ausgesagt wird, das bei größerer terrestrischer Strahlung die Höhe der isothermen Schicht steigt.

Diese Ergebnisse zeigen, dass es die Wirkung der Sonnenstrahlung sein würde, konvektive Ströme in der Atmosphäre für eine beträchtliche Höhe über die hohe Schwelle zu veranlassen. So würde es im Falle (i) zur Zeit des Maximums notwendig sein, die Schwelle mit dem adiabatischen Anstieg um 3,5 Kilometer zu erhöhen, wo die Temperatur der täglichen Mitteltemperatur an der Oberfläche gleich ist; und die Wirkung der Strahlung in der Atmosphäre würde entgegengesetzt zur Richtung auf Verringerung des adiabatischen Abfalls sein, ab dem dieser Abfall in den niedrigeren Schichten der Atmosphäre über der Schwelle sein würde und tatsächlich mit dem Strahlengleichgewicht bis zu einer Höhe im Einklang stehen würde, die mindestens dem gleich ist, an dem der Druck die Hälfte des Oberflächendrucks wäre.

8 Verzeichnisse

Abbildungsverzeichnis

1	Größere Schrägentfernung als Höhendifferenz bei schrägen Strahlen	15
---	---	----

Tabellenverzeichnis

1	Paschens Beobachtungen	9
2	Rubens und Aschkinass Wasserdampf-Absorption	9
3	Meyers Ozon-Absorptionen	10
4	Angströms Beobachtungen	10
5	Feuchteabsorption	11
6	Solarspektrum	12
7	Absorption	12
8	H-Tabelle	25

Literaturverzeichnis

- [Gold1976 1976] Ernest Gold, C.B., O.B.E., D.S.O., F.R.S. President of the Royal Meteorological Society 1934 - 1936. In: *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 102 (1976), oct, S. 945–947
- [Abbot und F.E. Fowle 1908] ABBOT, Charles G. ; F.E. FOWLE, Jr.: *Income and Outgo of Heat from the Earth, and the Dependence of Its Temperature Thereon*. 1908 (Annals of the Astrophysical Observatory (Smithsonian Institution, Washington DC), vol. 2). – 159 – 176 S 11, 12, 30
- [Abney und Langley 1900] ABNEY ; LANGLEY: In: *Annals of the Astrophysical Observatory der Smithsonian Institution* 1 (1900) 8
- [Angstrom 1901] ANGSTROM: In: *Met. Zeit.* (1901), 187 S
- [Angstrom 1903, 1904] ANGSTROM: In: *Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik* 1 (1903, 1904), 347; 395 S 10
- [Angström 1890] ANGSTRÖM: In: *Ofversigt af Krougl. Vetenskaps-Akademiens Forhandlingar* (1890) 8
- [Arrhenius 1901] ARRHENIUS: In: *Ann. der Physik* 4 (1901), 690 S 7
- [Aschkinass 1898] ASCHKINASS: In: *Astropliyical Journal* (1898) 8
- [Assmann 1906] ASSMANN, Richard: *II. Band*. Vieweg, 1906 (Ergebnisse der Arbeiten des Königlich-Preußischen Aeronautischen Observatoriums bei Lindenberg). – 167 S. – Mit 3 Tafeln und 4 Textfiguren 4
- [von Bahr 1907] BAHR, Eva von: In: *Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik* 3 (1907), Nr. 15 S 10
- [de Bort 1902, 1904, 1907] BORT, M. T. de: In: *Comptes rendus* vol. 134, April 1902; vol. 138, Januar 1904; vol. 145, Juli 1907 (1902, 1904, 1907) 4
- [Bromwich 1908] BROMWICH, Thomas John I.: *An introduction to the theory of infinite series*. Macmillan, London, 1908. – 535 S 26
- [Dines 1908] DINES: In: *Nature* (1908), 27. Februar 4

- [Einstein 1916 bzw. 1917] EINSTEIN, Albert: Zur Quantentheorie der Strahlung. In: *Physikalische Zeitschrift bzw. Physikalische Gesellschaft Zürich - Mitteilungen* 18 (1916 bzw. 1917), S. 47 – 62 bzw. 121 – 128 14, 16
- [Field 2003] FIELD, M.: Pen portraits of Presidents - Ernest Gold, CB, OBE, DSO, FRS. In: *Weather* 58 (2003), Nr. 10 - October, S. 407 – 410. – URL <http://www.jstor.org/stable/769611> 2
- [Fischer 1903] FISCHER, Fr.: In: *Ann. der Physik* (1903) 10
- [Glaisher 1870] GLAISHER, J.W.L.: In: *Phil Trans.* 160 (1870) 24
- [Gold 1909] GOLD, E.: The Isothermal Layer of the Atmosphere and Atmospheric Radiation. In: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character* 82 (1909), Nr. 551, S. 43 – 70. – URL <http://ia600701.us.archive.org/26/items/philtrans05311580/05311580.pdf>. – <http://www.jstor.org/stable/92968>
- [Hann und Hellmann 1901] HANN, J. ; HELLMANN, G.: In: *Meteorologische Zeitschrift* 18 (1901), S. 562. – 36. Bd.der Zeitschrift der Oesterr. Ges. für Meteorologie 12
- [Hann und Hellmann 1907] HANN, J. ; HELLMANN, G.: In: *Meteorologische Zeitschrift* 24 (1907), S. 562. – 42. Bd.der Zeitschrift der Oesterr. Ges. für Meteorologie 4
- [Hann 1906] HANN, Julius v.: *Lehrbuch der Meteorologie*. Leipzig, C. H. Tauchnitz, 1906. – 642 S 29
- [Hutchins und Pearson 1904] HUTCHINS ; PEARSON: In: *Amer. Journ. of Sci.* (1904), 277 S 12
- [Koch 1902] KOCH: In: *Meteorologische Zeitschrift* (1902), 496 S. – 37. Bd.der Zeitschrift der Oesterr. Ges. für Meteorologie 11
- [Koch 1901] KOCH, John: Beiträge zur Kenntnis der Wärmeabsorption in Kohlensäure. In: *Ofversigt af Koug. Vetenskaps-Akademiens Forhandlingar* (1901), S. 478 7, 8
- [Ladenberg und Lehmann 1906] LADENBERG ; LEHMANN: In: *Ann. der Physik* 21 (1906), 313 S 10
- [Langley und Very 1890] LANGLEY, Samuel P. ; VERY, Frank W.: *The Temperature of the Moon*. 1890 (Memoir of the National Academy of Sciences, vol. iv). – 193 S 11, 24, 29
- [Lowell 1907] LOWELL: In: *Phil. Mag.* (1907), July 24
- [Meyer 1903] MEYER, E.: In: *Ann. der Physik* 12 (1903), 856 S 9
- [Milne 1928] MILNE, Edward A.: The effect of collisions on monochromatic radiative equilibrium [Die Wirkung von Kollisionen auf das monochromatische Strahlungsgleichgewicht]. In: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 88 (1928), Apr, S. 493 – 502. – URL <http://adsabs.harvard.edu/abs/1928MNRAS..88..493M> 19
- [Paschen 1894] PASCHEN: In: *Ann. der Physik* 52, 53 (1894) 8, 9, 12
- [Petavel und Harwood 1908] PETAVEL ; HARWOOD: In: *Quart. Journ. Boy. Met. . Soc* (1908), January 4

- [Poynting 1907] POYNTING: In: *Phil. Mag.* (1907), November 24, 31
- [Roedel und Wagner 2011] ROEDEL, W. ; WAGNER, T.: *Physik unserer Umwelt: Die Atmosphäre*. Springer, 2011. – URL <http://books.google.com/books?id=alvDMUwSgUQC>. – <http://en.bookfi.org/book/775679>. – ISBN 9783642157288 3
- [Schack 1972] SCHACK, A.: Der Einfluß des Kohlendioxid-Gehaltes der Luft auf das Klima der Welt. In: *Physikalische Blätter* 28 (1972), Nr. 1, S. 26 – 28 13, 14
- [Schlaefer 1905] SCHLAEFER: In: *Ann. der Physik* 16 (1905) 8
- [Stefan 1879] STEFAN, J.: Über die Beziehung zwischen der Wärmestrahlung und der Temperatur. In: *Sitzungsberichte der mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften* 79 (1879), S. 391 – 428. – Faksimile auf <http://www.ing-buero-ebel.de/strahlung/Original/Stefan1879.pdf> 16
- [Sutcliffe und Best 1977] SUTCLIFFE, R. C. ; BEST, A. C.: Ernest Gold. 24 July 1881 – 30 January 1976. In: *Biographical Memoirs of Fellows of the Royal Society* 23 (1977), Nov., S. 114 – 131. – URL <http://www.jstor.org/stable/769611>
- [Tyndall 1873] TYNDALL, John: *Contributions to Molecular Physics in the Domain of Radiant Heat*. Vieweg, 1873. – 167 S. – Mit 3 Tafeln und 4 Textfiguren 7, 9
- [Very 1900] VERY, Frank W.: *Atmospheric radiation: a research conducted at the Allegheny Observatory and at Providence*. R.I., Bulletin / Weather Bureau, U.S. Department of Agriculture ; no. 221, 1900 (Memoir of the National Academy of Sciences, vol. iv). – 134 S 12