

Übersetzung und Kommentierung von Globale Erwärmung: Der menschliche Beitrag

Jack Barrett

Kommentierung

Dipl.-Physiker Jochen Ebel

11. Januar 2020

Inhaltsverzeichnis

Quelle	1
Die Schwarzschildgleichung und der Strahlungstransfer	2
Eine Anmerkung zur Sättigung	10
Danksagung	10
1 Verzeichnisse	11
Abbildungsverzeichnis	11
Literaturverzeichnis	11

Quelle

Jack Barrett

Globale Erwärmung: Der menschliche Beitrag

<http://barrettbellamyclimate.com/page47.htm>

Die Kommentare sind in blau dargestellt.

Die Schwarzschildgleichung und der Strahlungstransfer

Die Schwarzschild-Gleichung für die Übertragung von Strahlung einer bestimmten Frequenz (und beispielsweise der Richtung nach oben) durch ein absorbierendes (und damit auch emittierendes) Medium lautet:

$$dI = -I k \varrho dz + B k \varrho dz \quad (1)$$

Obwohl Gleichung (1) auf den ersten Blick eine Übertragungsgleichung bei gegebenen Temperaturverlauf ist, ist sie bei Summation über alle Wellenlängen und Richtungen und Berücksichtigung des Energieerhaltungssatzes eine Gleichung zur Bestimmung des Temperaturverlaufes über z bei vorgegebener Gesamtintensität der übertragenen Strahlung. Dazu ist zuerst B auszurechnen und dann B nach T aufzulösen.

Der erste Begriff der Gleichung (1) wird als Senkenfunktion bezeichnet [die Strahlung wird in molekulare Energie, Rotationen und Vibrationen und von dort (größtenteils) in das thermische Reservoir, d.h. die Hauptatmosphäre, umgewandelt], der zweite Begriff ist die Quellenfunktion, die die Emission von thermischer Strahlung entlang des optischen Pfades ermöglicht. Die Emission wird durch die Übertragung von thermischer Energie der Hauptatmosphäre auf die Treibhausgasmoleküle verursacht, wobei schwingungs-/drehungsanregende Zustände erzeugt werden, die strahlend zerfallen. Das negative Vorzeichen des ersten Terms zeigt an, dass die Strahlungsintensität mit zunehmender (größeren z -Werten) Weglänge abnimmt, beim zweiten Term ist das Gegenteil der Fall.

I ist die Strahlungsintensität in jeder beliebigen Höhe

k ist der Absorptionskoeffizient [die Werte sind für die THGs bekannt] und wird in der Quellenfunktion für die Emissionsintensität verwendet, wobei angenommen wird, dass die Kirchhoffsche Gleichung gültig ist.

ϱ ist die Dichte des absorbierenden/emittierenden Gases

B ist die monochromatische Planck-Funktion.

σ Stefan-Boltzmann-Konstante = $5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$

$$B_\nu = \frac{2\pi h c^2 \nu^3}{e^{hc\nu/kT} - 1} \Rightarrow \int_{\text{alle } \nu} B_\nu d\nu = \sigma T^4 \quad (2)$$

ν ist die Wellenzahl der betrachteten Linie, T die absolute Temperatur, c die Lichtgeschwindigkeit und h die Planck'sche Konstante.

Die Gleichung lässt sich vereinfacht für einen Strahl monochromatischer Strahlung, der von der Erdoberfläche ausgeht und entlang der z -Achse in den Weltraum gerichtet ist, aufstellen. Es wird von einer Nullstreuung ausgegangen, die für IR-Strahlung sinnvoll ist.

Die integrierte Form der Gleichung wird nicht, da ϱ eine Funktion von z ist, was die Integration in der Form Gleichung (3) unmöglich macht:

$$\int \frac{dI}{(I - B)} = -k\varrho z + \text{const} \quad (3)$$

i.e. $\ln(I - B) = -k\varrho z + \text{const}$

Wenn $z = 0$, $I = I_0$

So dass $\ln(I - B) = \text{const}$

$$\begin{aligned}
\ln\left(\frac{I-B}{I_0-B}\right) &= -k\rho z \\
\frac{I-B}{I_0-B} &= \exp(-k\rho z) \\
I-B &= I_0 \exp(-k\rho z) - B \exp(-k\rho z) \\
I &= I_0(\exp(-k\rho z)) + B[1 - \exp(-k\rho z)] \quad (4)
\end{aligned}$$

I ist die Intensität der Strahlung, die durch die absorbierende Schicht der Dicke z hindurchgeht. Der erste Begriff ist ein Ausdruck des Beer-Lambert'schen Gesetzes der Lichtabsorption. I_0 ist die Intensität der einfallenden Strahlung.

In dieser Form ist Gleichung (1 auf der vorherigen Seite) bzw. Gleichung (3 auf der vorherigen Seite) unvollständig, wenn nicht sogar falsch. Denn die Emission strahlender Moleküle erfolgt nicht nur in einer Richtung, sondern in alle Richtungen mit gleicher Intensität - das haben schon Schwarzschild (1906) und Einstein (1916 bzw. 1917) festgestellt. Für das Verständnis reicht es schon die Strahlungen in die Hemisphäre aufwärts bzw. die Hemisphäre nach unten (Gegenstrahlung) jeweils zu einer vertikalen Intensität zusammenzufassen (Zweistromnäherung - siehe Bild 1). Der tatsächliche strahlende Wärmetransport Q nach oben ist dann die Differenz zwischen der Strahlung aufwärts I_\uparrow und der Strahlung nach unten I_\downarrow . Zum besseren Verständnis wird Gleichung (1 auf der vorherigen Seite) formal durch dz dividiert.



Diagr. 1: Erläuterung der Zweistromnäherung

Damit entstehen 3 Gleichungen (die umgedrehten Vorzeichen in der rechten Gleichung folgen aus der umgedrehten Richtung von I_\downarrow):

$$\frac{dI_\uparrow}{dz} = -I_\uparrow k\rho + Bk\rho \quad Q = I_\uparrow - I_\downarrow \quad \frac{dI_\downarrow}{dz} = +I_\downarrow k\rho - Bk\rho \quad (5)$$

Gleichung (5) ist ein Differentialgleichungssystem zur Bestimmung der 3 zunächst Unbekannten I_\uparrow , I_\downarrow und B bei gegebenen Q .

Zuerst werden die mittlere und rechte Gleichung (5) umgestellt:

$$I_\uparrow = Q + I_\downarrow \quad Bk\rho = I_\downarrow k\rho - \frac{dI_\downarrow}{dz} \quad (6)$$

Beide Gleichung (6 auf der vorherigen Seite) werden in die linke Gleichung (5 auf der vorherigen Seite) eingesetzt, so wird also:

$$\frac{dQ}{dz} + \frac{dI_{\downarrow}}{dz} = -Qk_{\varrho} - I_{\downarrow}k_{\varrho} + I_{\downarrow}k_{\varrho} - \frac{dI_{\downarrow}}{dz}$$

Das Aufheben der Terme mit I_{\downarrow} ausführen:

$$\frac{dQ}{dz} + \frac{dI_{\downarrow}}{dz} = -Qk_{\varrho} - \frac{dI_{\downarrow}}{dz}$$

umsortieren:

$$\begin{aligned} 2\frac{dI_{\downarrow}}{dz} &= -Qk_{\varrho} - \frac{dQ}{dz} \\ \frac{dI_{\downarrow}}{dz} &= -\frac{Q}{2}k_{\varrho} - \frac{1}{2}\frac{dQ}{dz} \end{aligned} \quad (7)$$

ϱ ist in der Atmosphäre stark von der Höhe bzw. dem dort herrschendem Druck p abhängig. Deshalb wird zunächst mit der Kettenregel der Differentialrechnung der Druck berücksichtigt:

$$\frac{dI_{\downarrow}}{dp} \frac{dp}{dz} = -\frac{Q}{2}k_{\varrho} - \frac{1}{2}\frac{dQ}{dp} \frac{dp}{dz} \quad (8)$$

Der Bruch $\frac{dp}{dz}$ ist aus der hydrostatischen Grundgleichung bekannt (g ist die Erdbeschleunigung) Fluegge (2013):

$$\frac{dp}{dz} = -\varrho \cdot g \quad (9)$$

Gleichung (9) wird in Gleichung (8) eingesetzt und anschließend wird ϱ gekürzt:

$$\begin{aligned} -\frac{dI_{\downarrow}}{dp} \varrho \cdot g &= -\frac{Q}{2}k_{\varrho} + \frac{1}{2}\frac{dQ}{dp} \varrho \cdot g \\ -\frac{dI_{\downarrow}}{dp} \cdot g &= -\frac{Q}{2}k + \frac{1}{2}\frac{dQ}{dp} \cdot g \\ \frac{dI_{\downarrow}}{dp} &= \frac{Q}{2}\frac{k}{g} - \frac{1}{2}\frac{dQ}{dp} \end{aligned} \quad (10)$$

k variiert nur wenig mit der Höhe, aber etwas. Gründe sind die Änderung der spektralen Zusammensetzung von I_{\uparrow} und I_{\downarrow} , Änderungen der Richtungsintensität, Änderungen der Doppler- und Stoßverbreiterung. Zum Verständnis reicht es aber, k als konstant anzusehen, genau wie g , das etwas mit der Höhe und geographischen Breite variiert.

Durch Integration von Gleichung (10) erhält man I_{\downarrow} . Die Integrationskonstante muß so gewählt werden, daß bei $p = 0$ (Oberrand der Atmosphäre) $I_{\downarrow} = 0$ wird, da aus dem Weltraum fast keine Infrarotstrahlung kommt.

Nach der Integration von Gleichung (10) können auch die beiden noch fehlenden Größen I_{\uparrow} und B angegeben werden. Dazu wird zuerst die rechte Gleichung in Gleichung (6 auf der vorherigen Seite) mit der Kettenregel der Differentialrechnung und der hydrostatischen Grundgleichung umgewandelt:

$$\begin{aligned}
Bk\rho &= I_{\downarrow}k\rho - \frac{dI_{\downarrow}}{dz} \\
Bk\rho &= I_{\downarrow}k\rho - \frac{dI_{\downarrow}}{dp} \frac{dp}{dz} \\
Bk\rho &= I_{\downarrow}k\rho + \frac{dI_{\downarrow}}{dp} \rho \cdot g \\
Bk &= I_{\downarrow}k + \frac{dI_{\downarrow}}{dp} g \\
B &= I_{\downarrow} + \frac{dI_{\downarrow}}{dp} \frac{g}{k}
\end{aligned} \tag{11}$$

Ganz besonders einfach wird die Lösung von Gleichung (10 auf der vorherigen Seite), wenn man annimmt das Q konstant ist. Das trifft zwar nicht ganz zu (UV-Absorption in der Ozonschicht, Breitenabhängigkeit der Oberflächenabstrahlung usw.), aber zum Verständnis ist die Annahme sinnvoll. Mit dieser Annahme wird die Lösung von Gleichung (10 auf der vorherigen Seite):

$$I_{\downarrow} = Q \frac{k}{2g} p \tag{12}$$

Damit ist auch die Randbedingung bei $p = 0$ erfüllt. Mit Gleichung (6 auf Seite 3) und Gleichung (11) ergeben sich dann die anderen Größen:

$$\begin{aligned}
I_{\uparrow} &= Q + I_{\downarrow} = Q + Q \frac{k}{2g} p & \left| & \right. & B &= I_{\downarrow} + \frac{dI_{\downarrow}}{dp} \frac{g}{k} = Q \frac{k}{2g} p + \frac{Q}{2} \frac{k}{g} \frac{g}{k} \\
&= Q \left(1 + \frac{k}{2g} p \right) & & & &= Q \left(\frac{1}{2} + \frac{k}{2g} p \right)
\end{aligned} \tag{13}$$

Für die Anwendung auf eine bestimmte Linie (die eine bestimmte Richtung hat) muss k bekannt sein und ist für alle Treibhausgase bekannt. Die Daten sind in der HITRAN-Datenbank enthalten¹⁾. Die Gleichung leidet darunter, dass die Dichte eine Konstante ist, was bei der immer dünner werdenden Atmosphäre nicht der Fall ist (deshalb sollte die hydrostatische Grundgleichung benutzt werden). Ein weiteres Problem mit der Gleichung ist, dass die Temperatur der Atmosphäre sehr stark mit der Höhe variiert und bei einer dicken Platte der Atmosphäre die anfängliche Absorption der Strahlung bei einer höheren Temperatur als die des Teils, in dem die Emission stattfindet, erfolgt.

Eine angemessenere Gleichung wäre:

$$I = [I_0(\exp(-k\rho z))]_{T_{absorption}} + B[1 - \exp(-k\rho'z)]_{T_{emission}} \tag{14}$$

$T_{absorption}$ ist die Temperatur der Platte, bei der die Absorption erfolgt und $T_{emission}$ ist die Temperatur, bei der die Emission aus der Platte erfolgt. Auch die unterschiedlichen Dichten in den beiden Höhenlagen sind angegeben.

Um eine genaue Antwort zu erhalten, ist mehr Mathematik und Berechnung erforderlich, aber das kann und wird durch Programme wie MODTRAN und viel detaillierter in Allgemeinen Kreislaufmodellen (GCM) gemacht.

¹⁾Das k für die zusammengefaßten Strahlungen (I_{\uparrow} und I_{\downarrow}) kann natürlich nicht aus der HITRAN-Datenbank entnommen werden, da die Daten nur in Strahlrichtung gelten. Aber für die zusammengefaßten Strahlungen kann man etwa ein doppelt so großes k erwarten.

Bei einigen Frequenzen ist die Absorption der Strahlung durch einige der Treibhausgase so groß, dass die Absorption “gesättigt“ werden kann. Das bedeutet, dass eine weitere Zugabe des Gases die Absorptionsmenge nicht verändert und nicht weiter zur Erwärmung der Atmosphäre beiträgt. Das ist falsch, denn dort wo stark absorbiert wird, wird ebenfalls stark emittiert (siehe Gleichung (1 auf Seite 2) mit gleichem k bei Absorption und Emission) - so daß es zu keiner Sättigung kommt. Die falsche Meinung entsteht durch die Gleichung (14 auf der vorherigen Seite), die Barrett für angemessen hält - aber diese Gleichung ist unbrauchbar, allerdings ist die Schlußfolgerung aus dieser unbrauchbaren Gleichung richtig, aber natürlich ist die Schlußfolgerung ebenfalls unbrauchbar. Gleichung (13 auf der vorherigen Seite) zeigt bei beliebig großem k keine prinzipielle Änderung, nur die Änderung von B erfolgt schneller, d.h. das untere Ende der Stratosphäre erwärmt sich stärker.

Damit eine reale Sättigung auftritt, muss das Produkt $k\rho z$ groß genug sein, um den Faktor $\exp(-k\rho z)$ gleich Null zu machen. Absolut gesehen kann dies nur erreicht werden, wenn $k\rho z$ den Wert unendlich hat. Die Sättigung kann also nie erreicht werden, kann aber aus praktischen Gründen als erreicht angesehen werden, wenn der Faktor $\exp(-k\rho z)$ einen Wert von ~ 0.999 hat, d.h. nur ein Zehntel Prozent der terrestrischen Strahlung ins All entweicht. Das ist zwar richtig, aber unwesentlich. Die absorbierten Photonen der Erdoberfläche werden entsprechend den lokalen Temperaturen durch neu emittierte Photonen ersetzt. In der gesättigten Grenze wird die Gleichung:

$$I = [B]_{T_{emission}} \quad (15)$$

Somit kann für jede Linie bei jeder Konzentration eines absorbierenden Stoffes I berechnet werden. Für die zu lösenden Gleichungen stehen ausreichend Daten für Atmosphären beliebiger Zusammensetzung zur Verfügung. Die Gleichung gibt auch die mögliche Erwärmung an, die in einer Platte der Atmosphäre auftritt, die sich nicht im Strahlungsgleichgewicht befindet, z. B. wenn morgens die Sonne scheint und sich die Luft erwärmt. Die Differenz zwischen den beiden Begriffen ergibt die absorbierte Strahlungsintensität, die unter Einbeziehung der Wärmekapazität der Platte leicht in eine Temperaturdifferenz umgewandelt werden kann. Dies wird natürlich durch den strahlungsfreien Wärmeübergang zwischen einer beheizten Oberfläche und der Atmosphäre gemildert, und wenn die Oberfläche ein Ozean ist, ist die Verdunstung von Wasser ein dominierender Mechanismus zur Kühlung der Oberfläche und Erwärmung der Atmosphäre mit der Freisetzung von Energie, wenn Wasserdampf kondensiert.

Wenn sich das System Erde/Atmosphäre im Quasi-Gleichgewicht befindet, ist der Wert der Änderungsrate des austretenden Flusses gleich Null:

$$dI = -Ik\rho dz + Bk\rho dz = 0 \quad (16)$$

Die beiden Terme sind unter solchen Bedingungen gleich groß. Eine Erhöhung der Krafterwirkung bewirkt, dass der erste Term größer ist, mehr Absorption in einem kleineren Höhengschritt erfolgt. Um das Quasi-Gleichgewicht wieder herzustellen, muss auch der zweite Term größer werden. Da mehr Strahlung in einem kleineren Höhengschritt absorbiert wird, bedeutet dies eine höhere Erwärmungsrate, der eine höhere Abkühlungsrate entgegengesetzt werden muss. Da Erwärmung und Abkühlung bei unterschiedlichen Temperaturen erfolgen, bedeutet dies, dass sich das System erwärmt. Sowohl $T_{absorption}$ als auch $T_{emission}$ müssen zunehmen. Wie stark diese Terme zunehmen, hängt vom Ausmaß des Antriebes und von den nicht-strahlenden Beiträgen zur Kühlung der Oberfläche ab.

Wenn die Atmosphäre frei von allen THGs würde, würde sich die integrierte Gleichung wie für alle $k's = 0$ zeigen.

$$\begin{aligned}
I &= [I_0(\exp(-k\rho z))]_{T_{absorption}} + \{B[1 - \exp(-k\rho'z)]\}_{T_{emission}} \\
I &= I_0
\end{aligned}
\tag{17}$$

In einem solchen Fall würde der Wert von I durch die Stefan-Boltzmann-Gleichung mit dem entsprechenden Wert für den Emissionsgrad der Oberfläche gegeben sein:

$$I = \varepsilon\sigma T_{\text{Oberfläche}}^4 \tag{18}$$

In diesem Fall wäre die Emission von der Oberfläche gleich der Intensität der Sonneneinstrahlung.

Ein grober Ansatz zur Lösung des Problems der Erdoberflächentemperatur ist die Nutzung der Strahlungsbilanz zwischen der Einstrahlung und dem IR-Entweichen:

$$\frac{S}{4}(1 - Albedo) = \varepsilon\sigma T_{\text{Oberfläche}}^4 \tag{19}$$

S = Solarkonstante = 1368 W m^{-2}

Albedo = 0,31

ε = Emissionsgrad = 0,95

τ = Infrarot-Übertragung

σ = Stefan-Boltzmann-Konstante = $5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2}\text{K}^{-4}$

Zum Beispiel, wenn die Schätzung von $\tau = 235/390 = 0,603$ [aus dem K/T -Budget], ergibt mit den oben genannten Zahlen:

$$T_{\text{Oberfläche}} = 291.9 \text{ K} \tag{20}$$

Wenn ein Strahlungsantrieb von 3.7 W m^{-2} durch eine Verdoppelung der CO_2 -Konzentration verursacht wird, dann $\tau = 231,3/390 = 0,593$ und dies ergibt $T_{\text{Oberfläche}} = 293.2 \text{ K}$, eine Zunahme von 1.3 K.

Dies ist nicht weit entfernt von den Ergebnissen der GCMs für eine sofortige Verdoppelung der CO_2 -Konzentration. Unser Hauptkritikpunkt an den GCMs ist die Verstärkung ihrer Ergebnisse durch die Verwendung von positiven Rückkopplungen, die nicht vollständig verstanden und mit Unsicherheiten behaftet sind, und die mögliche Verharmlosung der negativen Rückkopplung des Verdunstungswasserthermostats.

Die Verwendung des Begriffs »Rückkopplung« ist für mich nicht überzeugend - es handelt sich um das Einsetzen der Konvektion entsprechend dem Schwarzschild-Kriterium Schwarzschild (1906). Die Grenze zwischen dem Strahlungsgleichgewicht, das vorstehend behandelt wurde und dem Bereich mit Konvektion (Troposphäre) ist die Tropopause. Die Tropopause ist dort, wo der Temperaturgradient einen bestimmten Schwellenwert erreicht (unabhängig davon, wie die Tropopause meßtechnisch definiert wird - die meßtechnische Tropopause ist in der Nähe der Schwellenwerthöhe).

$$\left. \frac{dT}{dz} \right|_{T_{\text{Tropopause}}} = \text{Schwellenwert} \tag{21}$$

Nun ist Gleichung (21) in Verbindung mit Gleichung (13 auf Seite 5) zu bringen. Dazu wird wieder die Kettenregel der Differentialrechnung benutzt (und Gleichung (9 auf Seite 4)):

$$\begin{aligned}
\text{Schwellenwert} &= \frac{dT}{dz} = \frac{dT}{dB} \frac{dB}{dz} = \frac{dT}{dB} \frac{dB}{dp} \frac{dp}{dz} \\
&= \frac{1}{\frac{dT}{dB}} \frac{dB}{dp} \frac{dp}{dz} = \frac{1}{\frac{dT}{dB}} Q \frac{k}{2g} \varrho \cdot g \\
&= \frac{1}{\frac{dT}{dB}} Q \frac{k}{2} \varrho
\end{aligned} \tag{22}$$

Zur weiteren Auswertung wird ϱ mit der idealen Gasgleichung (die das Verhalten der Atmosphärendase sehr gut beschreibt):

$$p = \varrho RT \quad \Rightarrow \quad \varrho = \frac{p}{RT} \tag{23}$$

Mit Gleichung (23) wird aus Gleichung (22) (R ist hier nicht die universelle, sondern die molekulare Gaskonstante)

$$\begin{aligned}
\text{Schwellenwert} &= \frac{1}{\frac{dT}{dB}} Q \frac{k}{2} \varrho \\
&= \frac{1}{\frac{dT}{dB}} Q \frac{k}{2} \frac{p}{RT} \\
&= \frac{1}{T \frac{dB}{dT}} Q \frac{kp}{2R}
\end{aligned} \tag{24}$$

Die Größe $T \frac{dB}{dT}$ kann weiter umgewandelt werden. Allerdings ist zu berücksichtigen, daß die Strahlung B auf verschiedene Weise von ν abhängt. Sind alle Frequenzen gemäß Planck vollständig beteiligt gilt die rechte Gleichung (2 auf Seite 2) (bzw. Gleichung (18 auf der vorherigen Seite)), ist nur eine einzelne Linie beteiligt gilt die linke Gleichung (2 auf Seite 2). Damit wird:

$$\begin{aligned}
T \frac{dB}{dT} &= T \frac{\sigma T^4}{dT} & T \frac{dB}{dT} &= T \frac{d \frac{2\pi hc^2 \nu^3}{e^{hc\nu/kT} - 1}}{dT} \\
&= T \sigma \frac{T^4}{dT} & &= T 2\pi hc^2 \nu^3 \frac{d \frac{1}{e^{hc\nu/kT} - 1}}{dT} \\
&= T \sigma 4T^3 & &= T 2\pi hc^2 \nu^3 \frac{e^{-hc\nu/kT} \frac{hc\nu}{kT^2}}{(e^{hc\nu/kT} - 1)^2} \\
&= 4\sigma T^4 & &= \frac{2\pi hc^2 \nu^3}{e^{hc\nu/kT} - 1} \frac{e^{-hc\nu/kT} \frac{hc\nu}{kT}}{(e^{hc\nu/kT} - 1)} \\
&= 4B & &= B \frac{e^{-hc\nu/kT} \frac{hc\nu}{kT}}{(e^{hc\nu/kT} - 1)} = B \beta
\end{aligned} \tag{25}$$

Mit

$$\beta = \frac{e^{\frac{h\nu}{kT}} \frac{h\nu}{kT}}{(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1)} = \frac{\frac{h\nu}{kT}}{(1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}})} \quad (26)$$

β ist stark abhängig von ν . Der wesentliche Bereich der Infrarotstrahlung, der absorbiert wird, liegt im Bereich von $\frac{h\nu}{kT} \approx 4$, so daß für diesen Bruch ~ 4 angenommen werden kann. Mit β wird aus Gleichung (24 auf der vorherigen Seite) mit Gleichung (25 auf der vorherigen Seite):

$$\text{Schwellenwert} = \frac{1}{\beta B} Q \frac{kp}{2R} \quad (27)$$

In Gleichung (27) wird Gleichung (13 auf Seite 5) eingesetzt und anschließend Q gekürzt:

$$\begin{aligned} \text{Schwellenwert} &= \frac{1}{\beta B} Q \frac{kp}{2R} = \frac{1}{\beta Q \left(\frac{1}{2} + \frac{k}{2g} p \right)} Q \frac{kp}{2R} \\ &= \frac{1}{\left(1 + \frac{kp}{g} \right)} \frac{kp}{\beta R} \\ &= \frac{1}{\left(\frac{g}{kp} + 1 \right)} \frac{g}{\beta R} \end{aligned} \quad (28)$$

Bei Zunahme der Treibhausgaskonzentrationen steigt der Absorptionskoeffizient k . Da in Gleichung (28) der Schwellenwert für die Tropopause, g , β und R weitgehend konstant sind, muß auch das Produkt kp konstant bleiben. Das bedeutet, daß der Tropopausendruck p abnimmt, wenn k zunimmt. k entsteht durch das Zusammenwirken aller Treibhausgase. Das Verdoppeln der Konzentration eines Treibhausgases hat deshalb nicht unbedingt die Verdoppelung von k zur Folge.

Das β und R weitgehend konstant sind, bedeutet nicht, das sie absolut konstant sind. Bei der Höhenverlagerung der Tropopause ändern sich Druck, Temperatur und Wellenlängenverteilung der Intensität. Das bedeutet, daß sich diese Größen etwas ändern.

Die Abnahme von p bedeutet, daß die Tropopause dicker wird, d.h. der Temperaturgradient wird länger und damit wird die Temperaturdifferenz zwischen Oberfläche und Tropopause größer. Die Zunahme der Temperaturdifferenz verteilt sich auf die Zunahme der Oberflächentemperatur und Abnahme der Tropopausentemperatur - und zwar so, daß die Abstrahlung ins All etwa konstant bleibt. Durch die höhere Oberflächentemperatur steigt die direkte Abstrahlung ins All durch das atmosphärische Fenster, durch die Abnahme der Tropopausentemperatur sinkt die Abstrahlung ins All in den absorbierenden Wellenlängenbereichen. Z. B. $1/4$ und $3/4$ in (Karl u. a., 2006, S. 9, Figure 2).

Anmerkung: Ohne die Konvektion in der Troposphäre, die einen zweiten Wärmetransportweg parallel zum Strahlungstransportweg realisiert, wäre die Oberflächentemperatur viel höher, da nur der Strahlungstransport möglich wäre. Das hat schon 1824 Fourier (1824) in seinem Absatz [55] (bzw. Seite 111) festgestellt.

Wegen der Notwendigkeit der Berücksichtigung der Konvektion sind die Ergebnisse von Programmen, die bei Konzentrationszunahme der Treibhausgase kein Anheben der Tropopause ausgeben, nicht relevant für Fragen der Klimasensitivität.

Interessanter als der B -Verlauf ist oft der T -Verlauf. Der Zusammenhang zwischen B und T ist abhängig von der Wellenlängenverteilung der Emissionen:

<i>volles Kontinuum</i>	<i>einzelne Linie</i>
$B = \sigma T^4$	$B = \frac{2\pi hc^2 \nu^3}{e^{hcv/kT} - 1}$
$T = \sqrt[4]{\frac{B}{\sigma}}$	$e^{hcv/kT} = \frac{2\pi hc^2 \nu^3}{B} + 1$
	$\frac{hcv}{kT} = \ln \left(\frac{2\pi hc^2 \nu^3}{B} + 1 \right)$
	$T = \frac{k}{hcv \ln \left(\frac{2\pi hc^2 \nu^3}{B} + 1 \right)}$

Eine Anmerkung zur Sättigung

Es gibt keine Sättigung - siehe auch Pierrehumbert (2011)

Obwohl einige Teile des CO₂-Spektrums eine Sättigung in der Erdatmosphäre zeigen und andere, die nahe an der Sättigung liegen, gibt es zwei Absorptionsbänder, die sehr weit von einer Sättigung entfernt sind. Diese sind bei 961 und 1064 cm⁻¹ zentriert und haben eine sehr schwache Absorption. Sie tragen erheblich zum Treibhauseffekt in der Venusatmosphäre bei. Die hohen Temperaturen nahe der Oberfläche der Venus sorgen bei der Wärmestrahlung für andere Wellenlängenverteilungen als bei niedrigeren Temperaturen, wobei der Temperaturverlauf weniger durch die Strahlungseigenschaften, sondern mehr durch die Adiabatik bestimmt ist. Das ist so, weil soviel Treibhausgas vorhanden ist, das ohne Konvektion der Temperaturgradient höher wäre als der adiabatische Temperaturgradient.

Danksagung

Die integrierte Form der Schwarzschildgleichung wurde uns von Hartwig Volz aufgezeigt und wir danken ihm dafür.

1 Verzeichnisse

Abbildungsverzeichnis

1	Zweistromnäherung	3
---	-----------------------------	---

Literaturverzeichnis

- [Einstein 1916 bzw. 1917] EINSTEIN, Albert: Zur Quantentheorie der Strahlung. In: *Physikalische Zeitschrift bzw. Physikalische Gesellschaft Zürich - Mitteilungen* 18 (1916 bzw. 1917), S. 47 – 62 bzw. 121 – 128. – URL http://nausikaa2.rz-berlin.mpg.de/digitallibrary/digilib.html?fn=permanent/einstein/cw/082_1916/pageimg/&pn=2&ws=1.5. – Kommentierter Neusatz <http://www.ing-buero-ebel.de/strahlung/Original/Einstein.pdf> 3
- [Fluegge 2013] FLUEGGE, Guenter: <https://web.physik.rwth-aachen.de/~fluegge/Vorlesung/PhysIpub/Exscript/8Kapitel/IIX6Kapitel.html>. 2013 4
- [Fourier 1824] FOURIER, J.: Remarques Générales Sur Les Températures Du Globe Terrestre Et Des Espaces Planétaires [Allgemeine Hinweise auf die Temperatur der Erdkugel und des planetaren Raumes]. In: *Annales de Chimie et de Physique* 27 (1824), S. 136 – 167. – URL <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k33707/f102.image>. – Übersetzung <http://www.ing-buero-ebel.de/Treib/Fourier.pdf> 9
- [Karl u. a. 2006] KARL, T.R. ; HASSOL, J.S. ; MILLER, D.C. ; MURRAY, W.L.: *Temperature Trends in the Lower Atmosphere [Temperatur-Trends in der unteren Atmosphäre]*. 2006. – URL <http://templatelab.com/climatescience-sap1-final-report/> 9
- [Pierrehumbert 2011] PIERREHUMBERT, Raymond T.: Infrared radiation and planetary temperature [Infrarot-Strahlung und planetarische Temperatur]. In: *Physics Today* 64 (2011), Januar, S. 33 – 38. – URL <http://geosci.uchicago.edu/~rtp1/papers/PhysTodayRT2011.pdf>. – Kommentierte Übersetzung <http://www.ing-buero-ebel.de/Treib/Pierrehumbert.pdf> 10
- [Schwarzschild 1906] SCHWARZSCHILD, K.: Ueber das Gleichgewicht der Sonnenatmosphäre. In: *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse* 1906 (1906), S. 41 – 53. – URL http://gdz-srv1.sub.uni-goettingen.de/gcs/gcs?&&action=pdf&metsFile=PPN252457811_1906&divID=LOG_0009&pagesize=A4&pdf 3, 7