SITZUNGSBERICHTE

DER

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

LXXIX. BAND. II. ABTHEILUNG.

JAHRGANG 1879. — HEFT I BIS V.

(Mit 7 Tafeln und 25 Holzschnitten.)

WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI CARL GEROLD'S SOHN,

BUCHHÄNDLER DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1879.

Über die Beziehung zwischen der Wärmestrahlung und der Temperatur.

Von dem w. M. **J. Stefan.**

I. Über die Versuche von Dulong und Petit.

Dulong und Petit haben aus ihren Beobachtungen über die Abkühlung eines grossen Quecksilberthermometers, dessen Kugel bei einigen Versuchen nackt, bei anderen versilbert war, das Resultat gezogen, dass die von einem Körper ausgestrahlte Wärmemenge in einer geometrischen Progression wächst, wenn seine Temperatur gleichförmig zunimmt. Die in der Zeiteinheit von einem Körper bei der Temperatur u ausgestrahlte Wärmemenge kann durch die Formel ma^u dargestellt werden, m bedeutet eine von der Grösse und Beschaffenheit der Oberfläche des Körpers abhängige Constante, a die für alle Körper gleiche Zahl 1·0077.

Dieses Gesetz ist von Dulong und Petit für zwischen 0° und 280° liegende Temperaturen in Übereinstimmug mit ihren Beobachtungen gefunden worden. Es wurde jedoch auch über diese Grenzen hinaus als giltig angenommen und zuerst von Pouillet zur Bestimmung der Temperatur der Sonne benützt.

Die auffallend kleine Zahl, welche Pouillet für diese Grösse fand, hat die Veranlassung gegeben, die Anwendbarkeit des von Dulong und Petit aufgestellten Gesetzes für höhere Temperaturen zu bestreiten und ist seine Unbrauchbarkeit für solche auch von Ericsson und Soret durch mehrere Versuche nachgewiesen worden.

Die Formel von Dulong und Petit ist lediglich eine empirische Formel, welche die der Strahlung zugeschriebenen Wärmeabgaben des zu den Versuchen verwendeten Thermometers genau wiedergibt. Dasselbe würden aber auch andere Formeln leisten, nur zeichnet sich die Formel von Dulong und Petit durch ihre ausserordentliche Einfachheit aus. Ich kann jedoch hier eine andere Formel von gleicher, ja man könnte sagen von noch grösserer Einfachheit anführen, welche den Beobachtungen auch gut entspricht und in theoretischer Beziehung noch einen Vorzug besitzt.

Man erhält nämlich den von Dulong und Petit angegebenen Abkühlungsgeschwindigkeiten sehr nahe kommende Zahlen, wenn man annimmt, dass die von einem Körper ausgestrahlte Wärmemenge der vierten Potenz seiner absoluten Temperatur proportional ist. In der folgenden Tabelle sind in der zweiten Reihe die Abkühlungsgeschwindigkeiten enthalten, welche Dulong und Petit für die in der ersten Reihe stehenden Temperaturen des Thermometers fanden, während die kugelförmige Hülle, in deren Mitte das Thermometer sich befand, auf 0° gehalten wurde. Die in der dritten Reihe stehenden Zahlen erhält man, wenn man die Differenzen $(273+80)^4-273^4$, $(273+100)^4-273^4$, u. s. w. durch 6 dividirt und hinter der ersten Ziffer, bei dem letzten Quotienten hinter der zweiten, den Decimalpunkt setzt.

		Berechnet	Differenz
80°	1·74	1·66	+0·08
100	2·30	2·30	0
120	3·02	3·05	— 3
140	3·88	3·92	— 4
160	4·89	4·93	— 4
180	6·10	6·09	+ 1
200	7·40	7·42	— 2
220	8·81	8·92	— 11
240	10·69	10·62	+ 7

Die nach der Formel von Dulong und Petit berechneten Werthe haben gegen die beobachteten die in die letzte Stelle fallenden Unterschiede

+2, —3, —3, —1, +2, +7, +6, —8, +1

Letztere Formel entspricht den Beobachtungen allerdings besser, doch sind auch die Abweichungen der ersteren nicht sehr gross.

Es liefert übrigens die Probe, dass eine Formel die von Dulong und Petit bestimmten Abkühlungsgeschwindigkeiten getreu darstellt, noch nicht den Beweis, dass sie auch nur innerhalb der Grenzen der Beobachtung die von dem Thermometer ausgestrahlte Wärmemenge angibt. Abgesehen von den nicht unbedeutenden Correctionen, welche die Anwendung des Quecksilberthermometers an den Beobachtungen vorzunehmen nothwendig macht, haben die von Dulong und Petit für die Abkühlung ihres Thermometers angegebenen Zahlen überhaupt nicht die Bedeutung, welche ihnen zugeschrieben wird.

Um dies klar zu legen, wird es nothwendig, die Art und Weise wie Dulong und Petit diese Zahlen erhielten, näher zu betrachten.

Das bis nahe zum Siedepunkte des Quecksilbers erhitzte Thermometer wurde in eine grosse kupferne Hohlkugel gebracht und aus dieser die Luft bis auf einen kleinen Rest ausgepumpt. Es wird angegeben, dass bei den meisten Versuchen der Druck der in der Hülle zurückgebliebenen Luft 2 Mm. nicht überstieg. (Diese Angabe findet sich in den Annales de chimie et de physique, in deren VII. Bande (1817) p. 225—264, 337—367 die Resultate dieser Versuche veröffentlicht sind. In der im Ganzen gleichlautenden Publication im Journal de l'école polytechnique Tome XI, p. 234—294 werden 3 Mm. statt 2 Mm. angegeben.)

Die Wärmeabgabe des Thermometers setzt sich aus zwei Theilen zusammen, aus der Wärme, welche an die Hülle durch Strahlung abgegeben und aus der Wärme, welche durch die im Apparate verbliebene Luft vom Thermometer zur Hülle geführt wird. Um den letzteren Antheil zu finden, wurde eine Reihe von Versuchen ausgeführt, bei welchen die Hülle mit Luft von 720, 360, 180, 90 und 45 Mm. Druck gefüllt war. Diese Versuche lehrten, dass mit abnehmender Dichte der Luft die Geschwindigkeiten der Abkühlung des Thermometers immer kleiner werden. Daraus wurde geschlossen, dass die in der Luft von 2 Mm. Druck beobachteten Geschwindigkeiten nur wenig von jenen verschieden sind, welche im leeren Raume eintreten würden. Sie wurden zunächst für letztere gesetzt, und von den in Luft von grösserer Dichte gefundenen subtrahirt. Die Reste wurden als Masse für die abkühlenden Wirkungen der Luft von den angegebenen verschiedenen Dichten betrachtet und aus denselben eine Formel abgeleitet für die Abhängigkeit dieser Wirkungen von der Dichte der Luft. Nach dieser Formel wurden endlich die bei 2 oder 3 Mm. Druck beobachteten Abkühlungsgeschwindigkeiten auf solche im leeren Raume reducirt. Auf die so gewonnenen Zahlen ist das Gesetz, welches Dulong und Petit über die Wärmestrahlung aufstellten, gegründet.

Die Wirkung, welche die Luft bei der Abkühlung eines Körpers übt, ist eine zweifache. Die eine Art derselben besteht darin, dass die den wärmeren Körper umgebende Luft Wärme aufnimmt, sich ausdehnt, durch den Auftrieb gehoben und durch kältere Luft ersetzt wird. Dieser Process wiederholt sich in continuirlicher Weise, die so entstehende Strömung führt fortwährend Wärme von dem sich abkühlenden Thermometer zur kälteren Umgebung. Die zweite Art der Wirkung der Luft besteht darin, dass die Luft wie ein fester Körper die Wärme leitet und auch, wenn sie zwischen dem wärmeren Thermometer und der kälteren Hülle in vollständiger Ruhe sich befindet, von dem ersteren Wärme zu der Hülle führt. Während nun die Fortführung der Wärme durch Strömung von der Dichte der Luft abhängig ist, so dass sie mit abnehmender Dichte immer kleiner wird, ist dies bezüglich der Wärmeleitung nicht der Fall. Die Grösse der letzteren ist unabhängig von der Dichte, sie ist in der Luft von 2 Mm. und von noch kleinerem Drucke ebenso gross, wie in der Luft von der gewöhnlichen oder auch von noch grösserer Dichte.

Auf diese Eigenschaft der Luft und der Gase überhaupt wurde man zuerst durch die dynamische Theorie des gasförmigen Aggregatzustandes geführt und ich habe schon in der ersten Abhandlung über die Wärmeleitung in Gasen einen Versuch mitgetheilt, durch welchen dieses theoretische Resultat seine Bestätigung gefunden hat. In umfangreicherer Weise ist es noch durch die Versuche von Kundt und Warburg und von Winkelmann nachgewiesen worden. Ich selbst habe mehrere Versuche über die Wärmeleitung der Luft von zwei Atmosphären bis zu 4 Mm. Druck ausgeführt und dieselbe in diesem ganzen Intervall constant gefunden. Um dieses Resultat zu erhalten, ist es nothwendig, den Wärmeleitungsapparat so einzurichten, dass die Entwicklung der Strömungen sehr erschwert wird. Dies ist der Fall, wenn die Distanz zwischen der Oberfläche des Thermometers und jener der Hülle sehr klein ist.

Führt man die Versuche mit einem solchen Apparate aus, so erscheint die Abkühlungsgeschwindigkeit unabhängig von der Dichte der Luft. Wählt man aber einen Apparat, in welchem der Einfluss der Strömungen nicht in dem Masse beseitigt ist, so ist das Ergebniss der Versuche folgendes. Die Abkühlungsgeschwindigkeit ist in gewöhnlicher Luft grösser als in verdünnter und nimmt mit steigender Verdünnung ab bis zu einer gewissen Grenze, unter welche sie bei noch weiter fortgesetzter Verdünnung nicht mehr sinkt. Beispiele dieser Art findet man in den Arbeiten von Kundt und Warburg und Winkelmann, und schon früher haben Desains und de la Provostaye derlei beobachtet.

Nach diesen Erörterungen ist es nun klar, dass die von Dulong und Petit berechneten Wirkungen der Luft nur jene Antheile angeben, welche von den Strömungen herrühren. Der von der Wärmeleitung der Luft abhängige Theil ihrer Wirkung, der bei den Versuchen mit verdünnter Luft in vollem Masse vorhanden war, kann durch das eingeschlagene Verfahren nicht in richtiger Weise von der Wirkung der Strahlung losgelöst werden. Die von Dulong und Petit berechneten Abkühlungsgeschwindigkeiten können nicht das Mass für die Wärmestrahlung des Thermometers bilden, sondern nur das Mass für die Summe der Wärmestrahlung des Thermometers und der Wärmeleitung der Luft.

Doch auch letztere Bedeutung kommt den von Dulong und Petit mitgetheilten Zahlen nur dann zu, wenn die von ihnen ausgeführte Berechnung des Einflusses der Strömungen auch für die bei einem Druck von 2 oder 3 Mm. gemachten Beobachtungen richtig ist. Letzteres ist jedoch sehr zweifelhaft.

Bei den Versuchen, aus welchen sie die Formel für den Einfluss der Luft auf die Abkühlung abgeleitet haben, variirte der Druck nur zwischen 720 und 45 Mm. Wie schon oben bemerkt wurde, gestaltet sich der Gang der Abkühlung bei grösserer Verdünnung wesentlich anders, als bei höheren Drucken. Die

Strömungen der Luft können bei den Drucken von 2 oder 3 Mm. schon aufgehört und die Luft nur mehr wie ein fester Leiter gewirkt haben. Dann haben die von Dulong und Petit an den Beobachtungen angebrachten Correctionen keinen Sinn. Waren aber Strömungen noch vorhanden, so ist ihr Einfluss gewiss ein anderer, als er nach den aus Versuchen bei höheren Drucken abgeleiteten Formeln berechnet wurde.

Es haftet daher an den von Dulong und Petit berechneten Abkühlungsgeschwindigkeiten eine Unsicherheit, gleich der Grösse der von ihnen an den Beobachtungen angebrachten Correctionen. Da sie die uncorrigirten Abkühlungsgeschwindigkeiten nicht mittheilen, so lässt sich diese Grösse nicht angeben, sie ist auch gewiss nicht für alle Beobachtungen dieselbe.

Um wenigstens ein angenähertes Mass für diese Grösse zu gewinnen, habe ich die fraglichen Correctionen unter den zwei Voraussetzungen, dass der Druck der im Ballon zurückgebliebenen Luft 2 und 3 Mm. betrug, berechnet. Die Formel, welche Dulong und Petit für die Wirkung der Luft auf die Abkühlung ihres Thermometers aufgestellt haben, ist

$$V = 0{\cdot}00919\, p^{0{\cdot}45} t^{1{\cdot}233}$$

und bedeutet darin p den Druck der Luft in Metern, t den Unterschied der Temperaturen des Thermometers und der Hülle. Nach dieser Formel ist die nachstehende Tafel berechnet.

	$p = 0{\cdot}002$	$p = 0{\cdot}003$
$t =$ 20°	0·02	0·03
40	0·05	0·06
60	0·09	0·11
80	0·12	0·15
100	0·16	0·20
120	0·21	0·25
140	0·25	0·30
160	0·29	0·35
180	0·34	0·41
200	0·39	0·46
220	0·43	0·52
240	0·48	0·58

Dabei ist vorausgesetzt, dass p für alle Temperaturen denselben Werth beibehält, was für den ganzen Verlauf eines Versuches nicht der Fall ist.

Vergleicht man diese Tabelle mit der oben mitgetheilten, welche die Abkühlungsgeschwindigkeiten enthält, so sieht man, dass letztere unsicher sind um Beträge, welche 7 oder 9 Procent der Geschwindigkeit, welche für $t = 80°$, und 5 oder 6 Procent von jener ausmachen, welche für $t = 240°$ angegeben ist.

Wenn keine Strömungen im Apparate bestanden, so müssten die von Dulong und Petit berechneten Abkühlungsgeschwindigkeiten um ähnliche Beträge, wie sie in der Tabelle enthalten sind, erhöht werden. Es ist aber möglich, dass bei den höheren Temperaturdifferenzen nicht nur dieser wegen, sondern auch, weil für diese die Abkühlung kurz nach dem Auspumpen des Ballons beobachtet wurde, die Luft in bewegtem Zustande sich befand, bei den niedrigeren jedoch nicht.

Ich gehe nun an die Berechnung des Einflusses, welchen die Wärmeleitung der ruhenden Luft auf die Abkühlung des Thermometers nimmt. Die Gleichung für diese Abkühlung ist in folgender Weise aufzustellen.

Bedeutet u_1 die Temperatur des Thermometers zur Zeit t, $-du_1$ die Änderung von u_1 in der Zeit dt, so entspricht dieser die Wärmemenge $-pcdu_1$ oder pcv_1dt, wenn mit p das Gewicht, mit c die specifische Wärme des Thermometers bezeichnet und die Abkühlungsgeschwindigkeit $-\frac{du_1}{dt} = v_1$ gesetzt wird.

Die Wärmemenge, welche das Thermometer bei der Temperatur u_1 durch die Einheit seiner Oberfläche in der Zeiteinheit ausstrahlt, sei H_1, dieselbe Grösse für die Temperatur u_2 sei H_2. Letztere Grösse stellt, wenn u_2 die Temperatur der äusseren Hülle ist und diese dasselbe oder ein grösseres Emissionsvermögen besitzt, als das Thermometer, die Wärmemenge dar, welche die Einheit der Oberfläche des Thermometers von der Hülle empfängt. Ist r_1 der Radius des Thermometers, so ist die in der Zeit dt durch Strahlung verlorene Wärme

$$4\pi r_1^2(H_1 - H_2)dt.$$

Die durch die Leitung der Luft abgeführte Wärmemenge sei Cdt. Es besteht demnach die Gleichung:

$$pcv_1 = 4\pi r_1^2 (H_1 - H_2) + C. \tag{1}$$

Um die Grösse C zu finden, hat man die Wärmeleitung in einem von zwei concentrischen Kugelschalen begrenzten Körper zu betrachten. Wird die innere Begrenzung desselben auf der constanten Temperatur u_1, die äussere auf der constanten Temperatur u_2 gehalten, so strebt die Temperaturvertheilung im Körper einem Beharrungszustande zu, welcher um so schneller sich herstellt, ein je besserer Temperaturleiter der Körper ist. Die Temperatur u an irgend einer Stelle in der Entfernung r von dem Mittelpunkte der beiden begrenzenden Kugelflächen ist in diesem Zustande nur von r abhängig. Die durch eine Kugelfläche vom Radius r in der Zeiteinheit gehende Wärmemenge ist bestimmt durch den Ausdruck

$$W = -4\pi r^2 k \frac{du}{dr} \tag{2}$$

wenn k das Wärmeleitungsvermögen des Körpers bedeutet. W ist für alle Kugelschalen eine und dieselbe Grösse, also von r unabhängig und diese Bedingung gestattet, u aus der Gleichung (2) als Function von r zu finden.

Bedeutet k das Wärmeleitungsvermögen der Luft, so wird durch W auch die Wärme angegeben, welche einem bei der constanten Temperatur u_1 gehaltenen kugelförmigen Thermometer durch die Leitung in der Luft entzogen wird.

Bei der Anwendung der Gleichung (2) ist jedoch noch zu berücksichtigen, dass das Leitungsvermögen der Luft von der Temperatur derselben abhängig ist. Dasselbe kann hinreichend genau als eine lineare Function von u dargestellt werden, so dass unter k_0 den Werth von k für $u = 0$ verstanden,

$$k = k_0(1+\alpha u)$$

gesetzt werden kann.

Das Gesetz der Temperaturvertheilung in der in Betracht stehenden Kugelschale ist demnach durch die Gleichung

$$W = -4\pi k_0 r^2 (1+\alpha u) \frac{du}{dr}$$

bestimmt und folgt daraus die Formel

$$D + \frac{W}{r} = 4\pi k_0 \left(u + \frac{\alpha u^2}{2} \right)$$

worin D die Integrationsconstante bedeutet.

Sind r_1 und r_2 die Radien der inneren und äusseren Schalen, denen die Temperaturen u_1 und u_2 entsprechen, so erhält man

$$W = \frac{4\pi r_1 r_2 k_0}{r_2 - r_1} \left(u_1 + \frac{\alpha u_1{}^2}{2} - u_2 - \frac{\alpha u_2{}^2}{2} \right) \tag{3}$$

Obwohl bei den Versuchen von Dulong und Petit die Temperatur des Thermometers keine constante ist, so kann man doch die demselben durch die Leitung in der Luft während einer sehr kleinen Zeit entzogene Wärme nach der Formel (3) berechnen. Das Wärmeleitungsvermögen der Luft ist zwar sehr klein, 20000mal kleiner als das des Kupfers, die Ausgleichung der Temperaturen in der Luft geht jedoch mit sehr grosser Geschwindigkeit vor sich. Denn diese Geschwindigkeit ist von dem Quotienten aus dem Leitungsvermögen und der specifischen Wärme der Volumseinheit abhängig. Sie ist für Kupfer nur 3mal so gross als wie für Luft von normaler Dichte. Wird aber die Luft bis auf 2 Mm. Druck verdünnt, somit die specifische Wärme ihrer Volumseinheit um das 380fache verkleinert, so steigt in demselben Masse die Grösse der Temperaturleitung und wird 127mal grösser als jene des Kupfers.

Man kann also die durch die Formel (3) gegebene Wärmemenge W für die Grösse C in die Gleichung (1) einsetzen.

Was die Formel (3) anbetrifft, so kann man den in der Klammer stehenden Ausdruck

$$u_1 + \frac{\alpha u_1^2}{2} - u_2 - \frac{\alpha u_2^2}{2}$$

in die zwei Factoren $u_1 - u_2$ und $1 + \frac{\alpha}{2}(u_1 + u_2)$ zerlegen.

Letzterer mit k_0 multiplicirt, bedeutet das Wärmeleitungsvermögen der Luft für den Mittelwerth der beiden Temperaturen u_1 und u_2 und ist W diesem mittleren Werthe des Leitungsvermögens und der Temperaturdifferenz $u_1 - u_2$ proportional. —

Für die auszuführenden numerischen Rechnungen bietet jedoch diese Zerlegung keinen Vortheil.

Wichtiger ist es, zu bemerken, dass W als Differenz zweier von u_1 und u_2 abhängiger Grössen erscheint, und dass man für W immer einen Ausdruck von der Form

$$W = f(u_1) - f(u_2)$$

erhält, welcher Art auch die Abhängigkeit des Wärmeleitungsvermögens von der Temperatur sein mag. Man kann also auch den durch die Leitung der Luft bedingten Wärmeverlust der inneren Kugel betrachten als das Resultat von zwei Wärmeströmen, von denen der eine von der Kugel zur äusseren Hülle, der zweite in umgekehrter Richtung vor sich geht, jeder unabhängig von dem anderen. Es verhält sich also der Wärmeaustausch durch Leitung analog jenem, welcher zwischen verschieden warmen Körpern durch Strahlung vermittelt wird. Die von Dulong und Petit angegebenen Werthe der Abkühlungsgeschwindigkeiten besitzen auch diese Eigenschaft, dass sie sich als Differenzen zweier Grössen darstellen lassen, von welchen die eine nur von der Temperatur des Thermometers, die andere nur von der Temperatur der Hülle abhängig ist.

Die Zerfällung von W oder C in zwei von u_1 und u_2 abhängige Theile ist auch für die numerische Berechnung derselben von Vortheil. Ich will desshalb die Bezeichnung

$$L = k_0\left(u + \frac{\alpha u^2}{2}\right) \tag{4}$$

einführen und durch L_1 und L_2 die Werthe darstellen, welche L nach Einführung von u_1 und u_2 für u erhält. Die Formel (1) lässt sich dann so schreiben

$$pcv_1 = 4\pi r_1^2(H_1 - H_2) + \frac{4\pi r_1 r_2}{r_2 - r_1}(L_1 - L_2). \tag{5}$$

Zur Berechnung des Einflusses der Leitung auf die Abkühlungsgeschwindigkeit ist noch die Kenntniss von p und c nothwendig.

Dulong u. Petit haben nicht die zur genauen Bestimmung dieser Grössen erforderlichen Daten, sondern nur den Radius der Thermometerkugel $r_1 = 3$ Ctm. angegeben. Ich will also pc so berechnen, als handelte es sich lediglich um eine Quecksilber-kugel von 3 Ctm. Radius. Ist s das specifische Gewicht des Quecksilbers, so wird

$$p = \frac{4\pi r^3 s}{3}$$

und die Abkühlungsgeschwindigkeit

$$v_1 = \frac{3}{r_1 cs}(H_1 - H_2) + \frac{3r_2}{r_1^2(r_2 - r_1)cs}(L_1 - L_2) \tag{6}$$

Setzt man $c = 0{\cdot}0332$, $s = 13{\cdot}6$, also $cs = 0{\cdot}45$ und berücksichtigt, dass der Radius r_2 der äusseren Hülle für den von Dulong und Petit benützten Apparat = 15 Ctm. ist, so reducirt sich der Factor von $L_1 - L_2$ auf $\frac{25}{27}$.

Zur Berechnung von L nehme ich $k_0 = 0{\cdot}000054$, $\alpha = 0{\cdot}0027$ an. Die erstere Zahl gibt das Wärmeleitungsvermögen der Luft unter Voraussetzung des Gramms, des Centimeters und der Secunde als Einheiten.

Dulong und Petit haben bei der Bestimmung der Abkühlungsgeschwindigkeit die Minute als Einheit gewählt, dem entsprechend ist obige Zahl noch mit 60 zu multipliciren, also $k_0 = 0{\cdot}00324$ zu setzen.

Die folgende Tafel enthält für die in der ersten Colonne stehenden Temperaturen die Werthe von L in der zweiten und diese Werthe mit $\frac{25}{27}$ multiplicirt in der dritten Reihe.

$u =$ 20	$L =$ 0·0665	0·062
40	0·1366	0·126
60	0·2101	0·194
80	0·2872	0·264
100	0·3677	0·340
120	0·4518	0·418
140	0·5392	0·499
160	0·6304	0·584
180	0·7249	0·671
200	0·8230	0·762
220	0·9245	0·856
240	1·0295	0·953
260	1·1381	1·054
280	1·2501	1·157

Für die erste Beobachtungsreihe, welcher $u_2 = 0$ entspricht, findet man in der letzten Colonne dieser Tafel unmittelbar die auf die Wärmeleitung entfallenden Antheile der Abkühlungsgeschwindigkeiten. Für die übrigen Beobachtungsreihen werden diese Antheile durch die Differenzen der oberen Glieder der Colonne gegen das unterste, oder das zweite u. s. w. gefunden. Um den Einfluss dieser Correctionen auf die Werthe der Abkühlungsgeschwindigkeiten ersichtlich zu machen, will ich die Daten der ersten Beobachtungsreihe und die zugehörigen Correctionen neben einander stellen.

240°	10·69	0·95
220	8·81	0·86
200	7·40	0·76
180	6·10	0·67
160	4·89	0·58
140	3·88	0·50
120	3·02	0·42
100	2·30	0·34
80	1·74	0·26

Die Correctionen betragen demnach 15% für die bei den niedrigsten, 10% für die bei den höchsten Temperaturen beobachteten Abkühlungsgeschwindigkeiten. Sie betragen zufälligerweise fast genau das Doppelte von jenen, welche ich oben nach der Formel von Dulong und Petit unter der Annahme eines Druckes von 2 Mm. berechnete.

Obwohl der Antheil der Wärmeleitung an der Abkühlung ein beträchtlicher ist, so wird durch dessen Berücksichtigung das Gesetz der Abkühlung nicht bedeutend modificirt. Vor allem ist zu bemerken, dass die wegen der Wärmeleitung corrigirten Zahlen noch rascher mit der Temperatur ansteigen, als die nicht corrigirten.

Wesentlich anders gestaltet sich jedoch die Sache für die Beobachtungen, welche Dulong und Petit mit dem versilberten Thermometer gemacht haben.

Die folgende Tabelle enthält zwei zusammengehörige Reihen über die Abkühlung des nackten und des versilberten Thermometers, die wegen der Wärmeleitung anzubringenden Correctionen und die corrigirten Werthe der Abkühlungsgeschwindigkeiten. Die erste Colonne enthält nicht die Temperaturen des Thermometers, sondern die Differenzen derselben gegen jene der Hülle, welche bei diesen Versuchen bei der constanten Temperatur 20° gehalten wurde.

Temperatur-Differenzen	Geschwindigkeiten der Abkühlung		Correction	Corrigirte Geschwindigkeiten	
	Glas	Silber		Glas	Silber
20°	0·39	0·07	0·06	0·33	0·01
40	0·86	0·15	0·13	0·73	0·02
60	1·40	0·24	0·20	1·20	0·04
80	1·99	0·34	0·28	1·71	0·06
100	2·74	0·47	0·36	2·38	0·11
120	3·56	0·62	0·44	3·12	0·18
140	4·57	0·81	0·52	4·05	0·29
160	5·67	1·02	0·61	5·06	0·41
180	7·04	1·26	0·70	6·34	0·56
200	8·58	1·53	0·79	7·79	0·74
220	10·41	1·83	0·89	9·52	0·94
240	12·40	2·18	0·99	11·41	1·19

Wie diese Tabelle zeigt, sind die an den Abkühlungsgeschwindigkeiten des versilberten Thermometers vorzunehmenden Correctionen so gross, dass der übrig bleibende Rest nur einen kleinen Bruchtheil des uncorrigirten Werthes bildet, für die niedrigste der Beobachtungstemperaturen $^1/_6$, für die höchste ungefähr die Hälfte.

Alle Folgerungen, welche Dulong und Petit aus ihren Beobachtungen über die Wärmestrahlung des Silbers gezogen haben, verlieren hiemit ihre Begründung. Die von ihnen für das nackte und das versilberte Thermometer angegebenen Abkühlungsgeschwindigkeiten stehen in einem für alle Temperaturen nahezu constanten Verhältnisse zu einander, dessen Werth = 5·7 sich ergibt. Diese Zahl haben auch Dulong und Petit als das Verhältniss zwischen dem Ausstrahlungsvermögen des Glases und jenem des Silbers betrachtet. Dieselbe gibt jedoch, abgesehen von den Fehlern der Versuche, nur das Verhältniss zwischen den Summen aus der Wärmestrahlung des Thermometers und der

Wärmeleitung der Luft und ist viel kleiner als das Verhältniss des Strahlungsvermögens des Glases und des Silbers. Diese Zahl hat keine absolute Bedeutung, sondern ist von der Anordnung des Apparates abhängig. Wählt man zu den Versuchen ein kleineres Thermometer, so wird der Einfluss der Wärmeleitung im Vergleich zu jenem der Strahlung vergrössert, in Folge dessen werden die Abkühlungsgeschwindigkeiten des nackten und versilberten Thermometers einander näher gebracht. Dulong und Petit haben auch mit einem kleineren Thermometer einige Versuche ausgeführt und diese liefern für das Verhältniss der Abkühlungsgeschwindigkeiten nicht 5·7, sondern viel kleinere Werthe, von 2·5 bis 2·9. Allerdings hat zu dieser grossen Differenz zwischen den Beobachtungen mit dem kleinen und jenen mit dem grossen Thermometer der vergrösserte Einfluss der Wärmeleitung nicht allein beigetragen.

Dulong und Petit haben bei ihren Versuchen mit den versilberten Thermometern nur die Kugeln, nicht auch die Röhren versilbert, welchen Fehler schon de la Provostaye und Desains erkannt und bei ihren Abkühlungsversuchen auch vermieden haben. Die von Dulong und Petit beobachteten Abkühlungsgeschwindigkeiten der versilberten Thermometer bedürfen desshalb, wenn sie als Mass der Strahlung des Silbers dienen sollen, noch einer weiteren Verminderung wegen der Strahlung der Thermometerröhre. Den Betrag derselben genau zu berechnen, ist nicht leicht, in diesem Falle auch nicht möglich, da ein wesentliches Datum, die Grösse des Querschnittes der Röhre fehlt. Zur Beurtheilung des Werthes der von Dulong und Petit gemachten Beobachtungen ist es jedoch nothwendig, wenigstens eine beiläufige Vorstellung von der Grösse dieses Fehlers sich zu verschaffen.

Bezeichnet man mit ρ den Radius, mit l die Länge der Röhre, mit r den Radius der Kugel des Thermometers, so stehen die Oberflächen der Röhre und der Kugel in dem Verhältniss von $\rho h : 2r^2$. Für das grosse Thermometer ist $r = 3$, $h = 12$ Ctm., ρ nehme ich $= 0·15$, ein Betrag, der wohl nicht zu gross sein dürfte, da an der Röhre doch eine 3 Pfund Quecksilber enthaltende Kugel angeblasen war. Das Verhältniss zwischen den beiden Oberflächen ist demnach wie $1 : 10$ und ebenso würden sich auch die von denselben ausgestrahlten Wärmemengen verhalten, wenn Röhre und Kugel gleiche Temperatur hätten. Die Temperatur der ersteren fällt jedoch gegen die Wand des Ballons ab und ich will annehmen, dass in Folge dessen die Röhre dreimal weniger Wärme ausstrahlt, als sie es bei der Temperatur der Kugel thun würde. Sie strahlt also 30mal weniger Wärme aus als die Kugel, wenn diese unbedeckt ist. Ist aber die Kugel versilbert, dann wird, da das Ausstrahlungsvermögen des Silbers nahe 30mal kleiner ist als jenes des Glases, die Ausstrahlung der Röhre jener der Kugel gleich. Könnte man also an den Beobachtungen von Dulong und Petit alle durch die Strömungen und durch die Leitung der Luft bewirkten Wärmeverluste des Thermometers in exacter Weise in Rechnung bringen, so würden die so corrigirten Beobachtungen noch immer das Verhältniss des Strahlungsvermögens des Silbers zu jenem des Glases doppelt zu gross geben.

Bei solcher Sachlage kann man auch dem Umstande, dass die wegen der Wärmeleitung corrigirten Abkühlungsgeschwindigkeiten des versilberten Thermometers 30mal kleiner sind, als die des nackten, keinen Werth beilegen, ebenso wenig daraus, dass das Verhältniss für höhere Temperaturen ein anderes wird, schliessen, dass das Ausstrahlungsvermögen des Silbers mit steigender Temperatur rascher zunimmt, als das des Glases. Es haben de la Provostaye und Desains aus ihren Versuchen gerade das Entgegengesetzte gefolgert, bei welchen übrigens ebenfalls die Strahlung der metallischen Oberfläche zur Abkühlung nur den kleineren Beitrag, die Wärmeleitung der Luft den grösseren lieferte.

Die von Dulong und Petit berechneten Abkühlungsgeschwindigkeiten liefern nach der vorausgegangenen Discussion derselben, auch wenn sie wegen der Wärmeleitung der Luft corrigirt werden, kein sicheres Mass für die Wärmestrahlung des Thermometers. Von den Versuchen von de la Provostaye und Desains sind nur sehr wenige bei so geringen Drucken ausgeführt, dass man die Wirkung der Luft auf ihre Leitung beschränkt annehmen kann und in den Fällen, in welchen sie das cylindrische Thermometer anwendeten, ist überhaupt die Berechnung der Wärmeleitung nicht möglich.

Man kann übrigens, auch ohne den Einfluss der Luft auf den Wärmeaustausch zu kennen, die Abkühlungsversuche zur Prüfung der aufgestellten Strahlungsgesetze verwenden, wenn Beobachtungen über die Abkühlung eines und desselben Körpers bei zwei verschiedenen Oberflächen aber unter sonst gleichen Umständen gemacht sind.

Die Differenzen der Abkühlungsgeschwindigkeiten des Thermometers mit nackter und mit versilberter Kugel sind die Masse für die Unterschiede der Strahlungsvermögen des Glases und des Silbers. Diese Zahlen sind sowohl von dem Einfluss des Stieles, als auch von jenem der Wärmeleitung frei und zum mindesten mit grosser Annäherung auch frei von dem Einfluss der Strömungen.

Ich will in dieser Weise zwei von **Dulong** und **Petit** mitgetheilte Beobachtungsreihen verwerthen, welche sich auf die Abkühlung des nackten und versilberten Thermometers bei demselben Drucke von 720 Mm. beziehen. Die folgende Tabelle enthält in der ersten Reihe die Differenzen der Temperatur des Thermometers gegen jene der Hülle, welche 20° betrug.

Die Bedeutung der Zahlen in den übrigen Reihen ist durch die Überschriften gegeben.

	Geschwindigkeiten der Abkühlung		Unterschied
	Glas	Silber	
100°	4·99	2·80	2·19
120	6·46	3·50	2·96
140	8·05	4·32	3·73
160	9·85	5·19	4·66
180	11·76	6·02	5·74
200	14·04	6·93	7·11

Die Unterschiede der Abkühlungsgeschwindigkeiten müssen, wenn die von **Dulong** und **Petit** aufgestellte Formel für die Wärmestrahlung für Glas und Silber richtig ist, ebenfalls mit dieser Formel in Übereinstimmung stehen. Ist die Ausstrahlung des Glases durch ma^u, jene des Silbers durch $m'a^u$ gegeben, so ist ihr Unterschied durch $(m-m')a^u$ bestimmt und wenn δ die

Temperaturdifferenz zwischen Thermometer und Hülle bedeutet, die Differenz der Abkühlungsgeschwindigkeiten dem Ausdrucke $(m-m')(a^{\delta}-1)$ proportional.

Dividirt man die Differenzen der Reihe nach durch die entsprechenden Werthe des Ausdruckes $a^{\delta}-1$, so erhält man die Quotienten

1·911, 1·977, 1·950, 1·947, 1·944, 1·972,

welche nur wenig von ihrem Mittelwerthe 1·95 abweichen. Diese Übereinstimmung ist ein besserer Beweis für die Brauchbarkeit der angewendeten Formel, als die Übereinstimmung, welche die von Dulong und Petit für den leeren Raum berechneten Abkühlungsgeschwindigkeiten mit derselben zeigen.

Ebenso gut stimmen die in Rede stehenden Differenzen auch mit der Formel, nach welcher die Strahlung der vierten Potenz der absoluten Temperatur proportional ist. Bedeutet T_1 die absolute Temperatur des Thermometers, T_2 jene der Hülle, so erhält man die in der letzten Reihe der vorstehenden Tabelle angeführten Zahlen durch die entsprechenden Werthe von $T_1^4-T_2^4$ dividirend, ohne Rücksichtnahme auf den Stellenwerth der Ziffern die Quotienten

1329, 1363, 1343, 1341, 1345, 1375,

welche einander ebenso nahe liegen, wie die obigen und mit diesen auch in Bezug auf die Abweichungen von dem Mittelwerthe in gleichartiger Weise sich verhalten. Das Mittel aus diesen Zahlen ist 1350 und zwar ist der wahre Werth desselben 135.10^{-12}.

Ich will nun in derselben Weise auch einige der Beobachtungen von de la Provostaye und Desains benützen. Die zuerst zu betrachtenden beziehen sich auf die Abkühlung eines cylindrischen Thermometers (nackt und versilbert) von 2 Ctm. Durchmesser und 7 Ctm. Höhe in einer geschwärzten cylindrischen Hülle von 6 Ctm. Durchmesser und 20 Ctm. Höhe. Diese Versuche sind nur zu Differenzbestimmungen geeignet, zu diesen eignen sie sich aber besser als die früher betrachteten von Dulong und Petit. Sie sind unter dem kleinen Drucke von 6 Mm. ausgeführt. Es dürften bei denselben die Strömungen kaum einen merklichen Einfluss auf die Abkühlung genommen haben, so dass die Wirkung der

Luft nur auf ihre Leitung beschränkt war. Dann fällt aber diese Wirkung bei der Subtraction der Abkühlungsgeschwindigkeiten des nackten und des versilberten Thermometers vollständig weg.

Die Temperatur der Hülle war 14°7. Die erste Reihe der folgenden Tabelle gibt die Temperaturen des Thermometers. Die beiden anderen Reihen geben die Geschwindigkeiten der Abkühlung und zwar liegt diesen nicht die Minute, sondern die Secunde als Zeiteinheit zu Grunde.

	Geschwindigkeiten der Abkühlung		Differenzen
	Glas	Silber	
75·1	0·05675	0·02035	0·03640
96·86	0·08318	0·02876	0·05442
108·6	0·09966	0·03333	0·06633
121·884	0·11934	0·03859	0·08075
136·584	0·14360	0·04479	0·09881

Dividirt man die in der letzten Reihe stehenden Differenzen durch die Differenzen der vierten Potenzen der absoluten Temperaturen des Thermometers und der Hülle, so erhält man folgende Quotienten

4648, 4588, 4621, 4624, 4641

welche gut mit einander stimmen. Es passt zu diesen Versuchen die neue Formel besser, als jene von Dulong und Petit. Die obigen Differenzen geben nämlich durch die entsprechenden Werthe von $a^{\delta}-1$ dividirt die Quotienten

6212, 6236, 6327, 6373, 6432.

Von den mit demselben Thermometer ausgeführten Beobachtungen will ich noch zwei correspondirende Reihen anfügen. Die Oberfläche des Thermometers war einmal geschwärzt, das andere Mal vergoldet. Die Abkühlung geschah in einem grossen Ballon von 24 Ctm. Durchmesser, 14°7 Temperatur und bei einem Drucke von 88 Mm. Die erste Reihe der folgenden Tabelle enthält die Temperaturen des Thermometers

	Geschwindigkeiten der Abkühlung		Differenzen
	Schwarz	Vergoldet	
63°57	0·05057	0·01973	0·03084
108·58	0·11697	0·04346	0·07351
121·77	0·14070	0·05078	0·08992

Die letzten drei Zahlen geben, verglichen mit der Formel der vierten Potenzen, die Quotienten

5156, 5123, 5157

und mit der Formel von Dulong und Petit, die Quotienten

6818, 7014, 7109.

Während die ersten wieder sehr genau unter einander stimmen, zeigen die letzteren dieselbe Art der Abweichung, wie die oben gefundenen, sie werden nämlich für steigende Temperaturen immer grösser.

Für die Temperaturen 108°58 und 121°77 sind auch die Abkühlungsgeschwindigkeiten des nackten Thermometers

0·10864, 0·12960

angegeben, deren Unterschiede gegen die des vergoldeten nach der neuen Formel die Quotienten

4542, 4521

und nach der Formel von Dulong und Petit die Quotienten

6220, 6231

geben. Diese Zahlen können dazu dienen, das Verhältniss der Emissionsvermögen des geschwärzten und nackten Thermometers zu bestimmen.

De la Provostaye und Desains haben noch mit einem zweiten Thermometer mehrere Beobachtungen ausgeführt, welche einige für den vorliegenden Zweck verwendbare correspondirende Daten enthalten. Dieses Thermometer war kugelförmig, der Durchmesser der Kugel wird = 3 Ctm. angegeben. Dieselbe war bei der einen Versuchsreihe geschwärzt, bei der anderen versilbert. Das Thermometer befand sich in dem kugelförmigen Ballon von 24 Ctm. Durchmesser und wurde seine Abkühlung bei drei verschiedenen Drucken beobachtet, die Geschwindigkeiten der Abkühlung sind für drei Temperaturen angegeben. Die Temperatur der Hülle war in allen Fällen 14°7. Die erste Reihe der folgenden Tabelle enthält die Temperaturen des Thermometers, die zweite die Drucke der Luft im Ballon.

		Geschwindigkeiten der Abkühlung		Differenz
		Schwarz	Versilbert	
48°18	5^{mm}	0·02901	0·00852	0·02049
55°55	156	0·04725	0·02132	0·02593
	76	0·04354	0·01749	0·02605
	5	0·03667	0·01062	0·02605
80°98	156	0·08598	0·03778	0·04820
	76	0·07849	0·03080	0·04769

Die aus den Beobachtungen bei derselben Temperatur, aber bei verschiedenen Drucken abgeleiteten Differenzen stimmen sehr nahe überein, ein Beweis, dass durch die Bildung dieser Differenzen Zahlen gewonnen werden, welche von dem Einflusse der Luft auf die Abkühlung frei sind.

Die Mittelwerthe der Differenzen der Abkühlungsgeschwindigkeiten geben durch die zugehörigen Differenzen der vierten Potenzen der absoluten Temperaturen dividirt die Quotienten

5407, 5418, 5417

und zwar ist der wirkliche Werth des Mittels aus diesen drei sehr gut übereinstimmenden Zahlen $5414 . 10^{-15}$.

Vergleicht man die Differenzen der Abkühlungsgeschwindigkeiten mit der Formel von Dulong und Petit, indem man dieselben durch die entsprechenden Werthe von $a^{\delta}-1$ dividirt, so erhält man die Quotienten

7044, 7105, 7277,

welche wieder, wie in dem früheren Falle, für die Beobachtungen bei höherer Temperatur grösser ausfallen, als für jene bei niederer.

Man kann also aus der hier durchgeführten Vergleichung das Resultat ziehen, dass den Versuchen von Dulong und Petit, welche sich auf höhere Temperaturen beziehen, beide Formeln gleich gut entsprechen, dass aber den Versuchen von de la Provostaye und Desains, welche zum Theil bei niedrigeren Temperaturen ausgeführt sind, die von Dulong und Petit aufgestellte Formel sich weniger gut anschliesst, als die neue Formel der vierten Potenzen.

II. Über die Bestimmung der Wärmestrahlung nach absolutem Masse.

Die absolute Grösse der von einem Körper ausgestrahlten Wärmemenge kann durch Versuche nicht bestimmt werden. Versuche können nur den Überschuss der von dem Körper ausgestrahlten über die von ihm gleichzeitig absorbirte Wärmemenge geben, welch' letztere von der ihm aus der Umgebung zugestrahlten Wärme abhängig ist. Hat man jedoch eine Formel für den Zusammenhang zwischen Temperatur und Wärmestrahlung aufgestellt, so lässt sich mit Hilfe derselben auch ein Werth für die absolute Grösse der ausgestrahlten Wärme ableiten, doch hat ein solcher nur eine hypothetische Bedeutung.

Zur Berechnung der Wärmemenge, welche ein Körper in Folge der Strahlung verliert oder gewinnt, kann man jetzt, nachdem das Wärmeleitungsvermögen der Luft bestimmt ist, die Beobachtungen über die Abkühlung oder analoge Versuche benützen. Es hat schon Pouillet die Versuche von Dulong und Petit zu einer solchen Berechnung verwendet; die von ihm gefundenen Zahlen sind jedoch zu gross, weil bei der Ableitung derselben der auf die Wärmeleitung der Luft entfallende Antheil an der Abkühlung nicht in Abzug gebracht ist.

Nach der Formel (6) ist der von der Strahlung allein verursachte Betrag der Abkühlungsgeschwindigkeit, wenn er mit w_1 bezeichnet wird, gegeben durch

$$w_1 = \frac{3}{r_1 cs}(H_1 - H_2).$$

Bei der Temperatur von 100° hat das Thermometer in der Hülle von 0° die Abkühlungsgeschwindigkeit 2·30. Die Correction wegen der Wärmeleitung ist 0·34, also bleibt $w_1 = 1{\cdot}96$. Man erhält aus der vorstehenden Gleichung mit den Werthen $r_1 = 3$ und $cs = 0{\cdot}45$ die Grösse

$$H_{100} - H_0 = 0{\cdot}882,$$

als die Wärmemenge, welche von einem Quadratcentimeter Glasfläche in einer Minute bei der Temperatur von 100° mehr ausgestrahlt als von derselben Fläche in derselben Zeit von der Hülle von 0° aufgenommen wird.

Aus den Versuchen, welche de la Provostaye u. Desains über die Abkühlung nackter und geschwärzter Thermometer ausgeführt haben, ergibt sich, dass das Emissionsvermögen des Glases 0·88 ist, wenn man das des Russes = 1 nimmt. Für eine berusste Fläche hätte man demnach $H_{100}—H_0 = 1$.

Speciell zu dem Zwecke, die eben berechnete Grösse zu bestimmen, hat Lehnebach die Wärme gemessen, welche eine mit Eis gefüllte Glaskugel von einer auf 100° gehaltenen von der Kugel durch eine Luftschicht getrennten Glashülle in einer bestimmten Zeit erhielt.

Lehnebach fand, dass nach Abzug der durch die Leitung der Luft übergeführten Wärme, für die durch Strahlung vermittelte, der Werth 0·917 übrig bleibt, bei dessen Bestimmung dieselben Einheiten wie bei der obigen Rechnung zu Grunde gelegt wurden. Diese Zahl liegt der oben berechneten 0·882 ziemlich nahe, doch nachdem Lehnebach auch für den Fall, dass Kugel und Hülle geschwärzt waren, den Werth 0·916 fand, so ist es ungewiss, ob diese Zahl mit 0·882 oder mit der für eine berusste Fläche abgeleiteten, nämlich 1, zu vergleichen ist. Es kann die von Lehnebach angewendete Schwärzung nicht vollkommen genug gewesen sein, man kann aber das von anderen Versuchsergebnissen abweichende Resultat auch so deuten, dass eine mit Wasser oder Eis gefüllte Glaskugel ein grösseres Ausstrahlungsvermögen besitzt als eine massive Glaskugel oder als eine mit Quecksilber gefüllte. Dasselbe muss dann auch für die in Wasser eingetauchte Glashülle gelten.

Wenn man das Verhältniss des Emissionsvermögens des Silbers zu jenem des Glases und zu dem eines schwarzen Körpers kennt, so kann man auch die Differenzen der unter gleichen Umständen beobachteten Abkühlungsgeschwindigkeiten des versilberten und des nackten oder geschwärzten Thermometers zur absoluten Bestimmung der von diesem ausgestrahlten Wärmemenge benützen. Selbst wenn das Verhältniss des Emissionsvermögens des Silbers zu den übrigen nicht genau bekannt wäre, würde der dadurch entstehende Fehler nur geringen Einfluss auf das Resultat nehmen, weil dieses Verhältniss eine kleine Zahl ist.

Für den Fall eines kugelförmigen Thermometers ist die Differenz der Abkühlungsgeschwindigkeiten durch die Gleichung

$$w_1 - w_1' = \frac{3}{r_1 cs}\left[(H_1 - H_2) - (H_1' - H_2')\right]$$

gegeben, worin w'_1 und H' dasselbe für das versilberte Thermometer bedeuten, was w_1 und H für das nackte oder geschwärzte.

Wendet man zuerst die Formel von Dulong und Petit an, so hat man

$$w_1 - w_1' = \frac{3}{r_1 cs}(m - m')(a^{u_1} - a^{u_2})$$

oder wenn $u_1 - u_2 = \delta$ gesetzt wird

$$\frac{w_1 - w_1'}{a^{\delta} - 1} = \frac{3a^{u_2}}{r_1 cs}(m - m') \tag{7}$$

Setzt man für den auf der ersten Seite dieser Gleichung stehenden Quotienten das Mittel der oben aus den Versuchen von Dulong und Petit gefundenen Werthe, nämlich 1·95, führt weiter $r_1 = 3$, $cs = 0·45$ und $a^{u_2} = 1·165$ ein, so erhält man

$$m - m' = 0·753.$$

Nimmt man an, dass letztere Zahl um 3 Procent erhöht m gibt, so wird $m = 0·7756$ und diese Zahl bedeutet die Wärmemenge, welche von einem Quadratcentimeter Glasfläche bei der Temperatur des schmelzenden Eises in einer Minute ausgestrahlt wird.

Um die Wärmemenge zu erhalten, welche dieselbe Fläche bei der Temperatur 100° ausstrahlt, hat man diese Zahl mit $a^{100} = 2·146$ zu multipliciren und erhält 1·6644. Die Differenz der beiden 0·889 gibt die Wärmemenge, welche durch die Einheit der Oberfläche einer Glaskugel von 100° Temperatur in einer Glashülle von 0° per Minute abgegeben wird. Es stimmt diese Zahl mit der oben mit Zuziehung der Correction wegen der Wärmeleitung berechneten gut überein.

Wählt man für das Gesetz der Strahlung die Formel der vierten Potenzen der absoluten Temperaturen, so ist

$$H_1 = AT_1^4, \quad H_2 = AT_2^4$$

zu nehmen, worin A eine von der Beschaffenheit der Oberfläche des Körpers abhängige Grösse bedeutet.

Die Abkühlungsgeschwindigkeit für die nackte Thermometerkugel ist durch

$$w_1 = \frac{3A}{r_1 cs}(T_1^4 - T_2^4)$$

jene für die versilberte durch

$$w_1' = \frac{3A'}{r_1 cs}(T_1^4 - T_2^4)$$

gegeben. Setzt man für den Quotienten

$$\frac{w_1 - w_1'}{T_1^4 - T_2^4} = \frac{3}{r_1 cs}(A - A') \tag{8}$$

den oben gefundenen Mittelwerth 135.10^{-12}, so folgt aus dieser Gleichung

$$A - A' = 6075.10^{-14}$$

oder wenn man beide Seiten mit $T_0^4 = 273^4$ multiplicirt

$$(A - A')T_0^4 = 0{\cdot}3374.$$

Setzt man wieder voraus, dass man durch Erhöhung dieser Zahl um 3 Procent AT_0^4 erhält, so wird

$$AT_0^4 = 0{\cdot}3475.$$

Diese Zahl bedeutet die von einem Quadratcentimeter Glasfläche bei 0° ausgestrahlte Wärmemenge und ist mehr als um die Hälfte kleiner als die mit Hilfe der von Dulong und Petit aufgestellten Formel für dieselbe Grösse gefundene Zahl.

Um die von der Einheit der Glasfläche bei 100° ausgestrahlte Wärmemenge nach der neuen Formel zu berechnen, hat man 0·3475 mit $\left(\frac{373}{273}\right)^4 = (1{\cdot}366)^4$ zu multipliciren. Man erhält $AT_{100}^4 = 1{\cdot}2110$ und somit die Grösse

$$A(T_{100}^4 - T_0^4) = 0{\cdot}8635,$$

etwas kleiner als nach der Formel von Dulong und Petit.

Durch Division mit 0·88 erhält man die auf eine schwarze Fläche sich beziehende Grösse $H_{100} - H_0 = 1{\cdot}010$ oder $= 0{\cdot}981$, je nachdem man die Beobachtungen nach der Formel von Dulong und Petit oder nach der neuen Formel berechnet.

Ich will hier die Berechnung derjenigen Beobachtungen von de la Provostaye und Desains anschliessen, welche sich auf das kugelförmige Thermometer beziehen.

Wendet man die Formel von Dulong und Petit an, so hat man in die Gleichung (7) $r_1 = 1{\cdot}5$, $a^{u_1} = a^{14\cdot 7} = 1{\cdot}1194$ einzusetzen. Der Mittelwerth der Zahlen

$$0{\cdot}07044, \quad 0{\cdot}07105, \quad 0{\cdot}07277,$$

nämlich 0·07142 durch Multiplication mit 60 auf die Minute als Einheit reducirt, gibt 4·2852 und diese Zahl ist für $\frac{w_1 - w_1'}{a^\delta - 1}$ einzustellen. Es ergibt sich dann

$$m - m' = 0{\cdot}862,$$

worin m für eine schwarze Fläche gilt. Nimmt man $m' = \frac{1}{40} m$, so wird $m = 0{\cdot}833$ und endlich

$$H_{100} - H_0 = 1{\cdot}012.$$

Von der neuen Formel Gebrauch machend, hat man in der Gleichung (8)

$$\frac{w_1 - w_1'}{T_1^4 - T_2^4} = 5414.10^{-15}.60$$

zu setzen und erhält

$$A - A' = 7313.10^{-14}$$

$$(A - A') T_0^4 = 0{\cdot}4062$$

und unter der Voraussetzung, dass $A' = \frac{1}{40} A$,

$$A T_0^4 = 0{\cdot}4163$$

und endlich

$$A(T_{100}^4 - T_0^4) = H_{100} - H_0 = 1{\cdot}0367.$$

Die aus diesen Versuchen abgeleiteten Zahlen stimmen sehr gut mit den früheren aus den Versuchen von Dulong und Petit berechneten überein.

Hingegen liefert die Berechnung der mit dem cylindrischen Thermometer ausgeführten Beobachtungen bedeutend abweichende Werthe.

Der von der Strahlung allein abhängige Theil der Abkühlungsgeschwindigkeit eines Cylinders ist bestimmt durch die Gleichung

$$pcw_1 = 2\pi r_1(r_1 + h)(H_1 - H_2),$$

wenn r_1 den Radius, h die Höhe des Cylinders bedeutet. Zur Bestimmung von pc will ich unmittelbar die von de la Provostaye und Desains gemachte Angabe benützen, dass das Thermometer 300 Grm. Quecksilber fasste, welche Angabe auch mit den Dimensionen des Cylinders stimmt. Es ist demnach $pc = 9{\cdot}96$ und setzt man noch $r_1 = 1$ und $h = 7$, so reducirt sich obige Gleichung auf

$$0{\cdot}1982\, w_1 = H_1 - H_2.$$

Man erhält nun nach der neuen Formel rechnend die Gleichung

$$0{\cdot}1982 \quad \frac{w_1 - w_1'}{T_1^4 - T_2^4} = A - A'$$

und wenn man

$$\frac{w_1 - w_1'}{T_1^4 - T_2^4} = 4624\,.\,10^{-15}\,.\,60$$

einführt,

$$A - A' = 5499\,.\,10^{-14}$$
$$(A - A')T_0^4 = 0{\cdot}3054$$

Nach Erhöhung dieser Zahl um 3 Procent folgt

$$AT_4^0 = 0{\cdot}3416$$

und endlich

$$H_{100} - H_0 = 0{\cdot}7818.$$

Unter Anwendung der Formel von Dulong und Petit erhält man für $H_{100} - H_0$ den etwas grösseren Werth 0·7961, für die Constante $m - m'$ den Werth 0·6745. Reducirt man die gefundenen Zahlen durch Division mit 0·88 auf den Fall einer berussten Fläche, so erhält man $H_{100} - H_0 = 0{\cdot}888$ oder $= 0{\cdot}905$ je nachdem man die neue Formel oder die von Dulong und Petit zur Berechnung der Beobachtungen verwendet.

Die aus diesen Versuchen abgeleiteten Werthe sind beträchtlich kleiner, als die aus den Versuchen von Dulong und Petit berechneten. Letztere würden eine kleine Verminderung erfahren, wenn die ihnen zu Grunde liegenden Beobachtungen wegen des Eintrittes des kalten Quecksilbers corrigirt würden, welche Correctur an den von de la Provostaye und Desains mitgetheilten Zahlen angebracht ist. Der Einfluss der Thermometerröhre auf die Abkühlung fällt bei der Subtraction der Abkühlungsgeschwindigkeiten des versilberten Thermometers von jenen des nackten bei den Versuchen von de la Provostaye und Desains nicht weg, weil bei diesen auch die Röhre versilbert war. Es wäre leicht, mit Hilfe anderer Beobachtungsreihen, diesen Fehler zu corrigiren. Ich habe es unterlassen, weil durch die Vernachlässigung der Wärmecapacität des Glases bei der Berechnung von pc wieder ein Fehler, der von entgegengesetztem Einflusse auf das Resultat ist, begangen werden musste. Ein anderer, nicht zu bestimmender Fehler liegt endlich noch in der Berechnung der Oberfläche des Thermometers, das wohl kein Cylinder im geometrischen Sinne war.

Es haben übrigens de la Provostaye und Desains die Abkühlung desselben Thermometers auch in einem grossen kugelförmigen Ballon von 24 Ctm. Durchmesser bei dem Drucke von 6 Mm. beobachtet und sie führen als Unterschiede der Abkühlungsgeschwindigkeiten des nackten und des versilberten Thermometers für die Temperaturdifferenzen

$$60°4,\ 93°9,\ 107°184,\ 121°884$$

die Zahlen

$$0{\cdot}0376,\ 0{\cdot}06828,\ 0{\cdot}08297,\ 0{\cdot}10120$$

an, welche mit den in der obigen Tabelle stehenden verglichen, durchwegs um drei Procent grösser erscheinen. De la Provostaye und Desains erklären diesen Umstand durch die verschiedene Schwärze des kugelförmigen und des cylindrischen Ballons und geben an, dass eine so gute Übereinstimmung erst nach einer neuen Schwärzung des Cylinders erzielt wurde, während bei anderen Versuchen die Differenzen dreimal grösser waren.

Da nach den Grundlehren der Wärmestrahlung für die Geschwindigkeit der Abkühlung eines Körpers in einer Hülle das kleinere der Emissionsvermögen von den beiden massgebend ist, so müsste in diesem Falle die geschwärzte Hülle ein kleineres Emissionsvermögen gehabt haben, als der Glascylinder des Thermometers.

Die Abkühlungsversuche von Dulong und Petit, von de la Provostaye und Desains sind nicht die einzigen, welche zur Berechnung der Wärmestrahlung dienen können. Ich will hier noch einige der von Despretz (Annales de chim. et de phys. VI. 184—201. 1817) über die Abkühlung von Metallkugeln gemachten Beobachtungen verwenden. Despretz bestimmte die Zeiten, welche ein in die Mitte der Kugeln eingeführtes Thermometer brauchte, um von 105° auf 95° zu sinken, wenn die zuerst erwärmten Kugeln in einem grossen Raume von 19° sich abkühlten und zwar war die Oberfläche der Kugeln entweder polirt oder geschwärzt. Die Kugeln waren von gleichem Durchmesser, welcher 67 Mm. betrug.

Die Abkühlungszeiten waren für die Kugel von

Eisen	340"	596"
Messing ..	285	521
Zink	265	473
Zinn	157	277

und zwar beziehen sich, wie es sich von selbst versteht, die kleineren Zeiten auf die geschwärzten, die grösseren auf die polirten Kugeln. Annähernd kann man die Quotienten aus 10 und diesen Zeiten als die Abkühlungsgeschwindigkeiten betrachten, welche der Temperatur 100° entsprechen und zunächst für den Fall der eisernen Kugel die Gleichung ansetzen:

$$\frac{r_1 cs}{3}\left(\frac{10}{340}-\frac{10}{596}\right)=(H_{100}-H_{19})-(H'_{100}-H'_{19})$$

worin, analog den früher gebrauchten Bezeichnungen, H das Emissionsvermögen der geschwärzten, H' jenes der polirten Kugel bedeutet. — Setzt man in diese Formel $r_1 = 3{\cdot}35$, $c = 0{\cdot}1138$, $s = 7{\cdot}788$, so erhält man

$$(H_{100}-H_{19})-(H'_{100}-H'_{19}) = 0{\cdot}7504$$

und wenn man das Emissionsvermögen des polirten Eisens $= 0{\cdot}23$ annimmt

$$H_{100}-H_{19} = 0{\cdot}974.$$

Reducirt man diese Zahl nach der Formel der vierten Potenzen auf die Strahlung zwischen den Temperaturen 100° und 0°, so erhält man

$$H_{100}-H_0 = 1{\cdot}112.$$

Behandelt man in derselben Weise die übrigen Beobachtungen und setzt für Messing $c = 0{\cdot}0935$, $s = 8{\cdot}111$; für Zink $c = 0{\cdot}0956$, $s = 7{\cdot}146$; für Zinn $c = 0{\cdot}0559$, $s = 7{\cdot}395$, so gewinnt man für die Differenz $(H_{100}-H_{19})-(H'_{100}-H'_{19})$ der Reihe nach die Werthe

$$0{\cdot}808,\ 0{\cdot}760,\ 0{\cdot}764$$

Die Emissionsvermögen dieser drei Metalle $= 0{\cdot}09$, $0{\cdot}19$, $0{\cdot}14$ nehmend, erhält man

$$H_{100}-H_{19} = 0{\cdot}888,\ 0{\cdot}938,\ 0{\cdot}889$$

und daraus wieder

$$H_{100}-H_0 = 1{\cdot}014,\ 1{\cdot}071,\ 1{\cdot}015$$

welche drei Zahlen mit den aus den Beobachtungen über die Abkühlung der kugelförmigen Thermometer berechneten sehr gut übereinstimmen. Es lieferten nämlich, um die für die Grösse $H_{100}-H_0$ gefundenen Werthe hier zusammenzufassen, die Versuche von Dulong und Petit die Werthe 1·002 und 0·981, von denen der erste aus einer directen Beobachtung der Abkühlung, der zweite aus den Differenzbeobachtungen berechnet. Die von de la Provostaye und Desains mit dem kugelförmigen Thermometer gemachten Versuche ergaben $H_{100}-H_0 = 1{\cdot}037$.

Trotz der guten Übereinstimmung zwischen diesen Werthen, ist doch bei dem Umstande, dass die Beobachtungen mit dem cylindrischen Thermometer um 10 Procent niedrigere Zahlen (0·888 und 0·915) liefern und auch die Versuche von Lehnebach nicht sicher gedeutet werden können, schwer, eine Entscheidung zu treffen, ob die grösseren oder kleineren Werthe die genaueren sind. Zunächst kann man als angenähert richtig die Einheit der Wärmemenge als diejenige Wärme betrachten, welche ein Quadratcentimeter einer schwarzen Fläche bei 100° mehr ausstrahlt, als bei 0°.

Es ist noch zu bemerken, dass man für die Differenz $H_{100}-H_0$ auch aus solchen Beobachtungen, welche nicht unmittelbar den

Temperaturen 100° und 0° entsprechen, nahezu dieselben Werthe erhält, ob man die Beobachtungen nach der Formel von Dulong und Petit oder nach der neuen Formel berechnet. Für die einzelnen Grössen H_{100} und H_0 ergeben sich aber nach den beiden Formeln ganz verschiedene Werthe. Nimmt man $H_{100} - H_0 = 1$, so folgt aus dem Gesetze von Dulong und Petit $H_0 = 0·87$, aus dem Gesetze der vierten Potenzen hingegen $H_0 = 0·40$. Wie schon bemerkt worden, haben letztere Zahlen zunächst nur eine hypothetische Bedeutung und ist eine Prüfung derselben nicht möglich, so lange nicht Ausstrahlungen gegen Körper von der absoluten Temperatur Null oder wenigstens von einer sehr niedrigen Temperatur gemessen sind. Ein derartiger Strahlungsvorgang findet thatsächlich zwischen der Erde und dem Weltraume statt und man kann eine untere Grenze für den Werth H_0 gewinnen, wenn man die Wärmemenge, welche die Erde von der Sonne empfängt mit derjenigen vergleicht, welche sie in den Weltraum abgeben muss, damit der Zustand, in welchem sie sich gegenwärtig befindet, herbeigeführt wird. Ich kann jedoch gegenwärtig auf diese Aufgabe, welche mit der Frage nach der sogenannten Temperatur des Weltraumes zusammenfällt, nicht eingehen, nur so viel will ich bemerken, dass nach der neuen Formel die Grösse der der Erde aus dem Weltraume zugestrahlten Wärme viel kleiner ausfallen muss, als sie von Pouillet aus der Formel von Dulong und Petit berechnet wurde, nach welcher Berechnung sie $^5/_6$ derjenigen ausmachen soll, welche die Erde von der Sonne empfängt.

III. Über die Versuche von Draper und Ericsson.

Die Annahme, dass die von einem Körper ausgestrahlte Wärmemenge der vierten Potenz seiner absoluten Temperatur proportional ist, liefert auch noch für sehr hohe Temperaturen Resultate, welche den Beobachtungen ziemlich gut entsprechen, während die Formel von Dulong und Petit in solchen Fällen ganz Widersinniges gibt. Beobachtungen über die Wärmestrahlung bei hohen Temperaturen liegen übrigens nur wenige vor und sind ihre Ergebnisse, namentlich was die Bestimmung der Temperaturen betrifft, sehr unsicher, so dass sie zu einer entscheidenden Prüfung einer Hypothese wohl nicht geeignet sind.

Zuerst will ich hier die Bemerkung anführen, welche Wüllner in seinem Lehrbuche an die Mittheilung der Tyndall'schen Versuche über die Strahlung eines durch einen elektrischen Strom zum Glühen gebrachten Platindrahtes anknüpft, weil diese Bemerkung mich zuerst veranlasste, die Wärmestrahlung der vierten Potenz der absoluten Temperatur proportional anzunehmen.

Von der schwachen Rothgluth (etwa 525°) bis zur vollen Weissgluth (etwa 1200°) nahm die Intensität der Strahlung von 10·4 bis 122, also fast um das Zwölffache (genauer 11·7), zu. Das Verhältniss der absoluten Temperaturen 273+1200 und 273+525 gibt in der vierten Potenz 11·6.

Eine ausgedehnte Reihe von relativen Messungen der Wärmestrahlung eines galvanisch erwärmten Platindrahtes hat schon im Jahre 1847 Draper ausgeführt und dieselben zugleich mit Temperaturbestimmungen verbunden. Zu den letzteren wurde allerdings kein ganz bestimmtes Mass, nämlich die Ausdehnung des Platindrahtes benützt.

Die folgende Tabelle enthält die von Draper in zwei Versuchsreihen (I und II) gefundenen Resultate. (Scientific Memoirs, p. 44.)

Absolute Temp. des Drahtes	Intensität der Wärmestrahlung		
	I.	II.	Mittel
800°	0·75	1·00	0·87
864	1·00	1·20	1·10
927	1·40	1·60	1·50
991	1·60	2·00	1·80
1055	2·20	2·20	2·20
1119	2·75	2·85	2·80
1183	3·65	3·75	3·70
1247	5·00	5·00	5·00
1311	6·70	6·90	6·80
1375	8·60	8·60	8·60
1439	10·00	10·00	10·00
1502	12·50	12·50	12·50
1566	15·50	15·50	15·50

Dividirt man die in der letzten Reihe stehenden Mittelwerthe durch die vierten Potenzen der zugehörigen absoluten Temperaturen, so erhält man der Reihe nach die Quotienten 21, 20, 20, 19, 18, 19, 21, 23, 24, 23, 25, 25. Diese gehen wohl sehr weit aus einander, bei der geringen Genauigkeit der Beobachtungen fallen jedoch diese Divergenzen nicht sehr schwer ins Gewicht. Um wie viel besser sich die neue Formel den Beobachtungen anschliesst, als die von Dulong und Petit aufgestellte kann man aus folgenden Daten ersehen. Nach der neuen Formel verhalten sich die bei den absoluten Temperaturen 800, 1200, 1600 ausgestrahlten Wärmemengen wie 1 : 5 : 16 und diese Verhältnisse treten auch im Groben aus der obigen Tabelle hervor. Nach der Formel von Dulong und Petit hingegen verhalten sich die in Rede stehenden Wärmemengen wie 1 : 21·5 : 462·2.

Ericsson hat sehr viele Versuche über die Wärmestrahlung bei hohen Temperaturen in der speciellen Absicht ausgeführt, das Gesetz von Dulong und Petit zu widerlegen. Die Resultate der Versuche hat er jedoch nicht genau discutirt. Ich will im Folgenden nur eine der Versuchsreihen, welche ihrer Anordnung nach wohl die originellste ist, eingehender behandeln. Dieselben Betrachtungen würden sich auch auf die anderen anwenden lassen.

Ericsson setzte auf einen grossen, bis zum Weissglühen erhitzten Eisenblock ein mit kurzen Füssen versehenes Calorimeter und bestimmte die Wärmemengen, welche der Block bei successive abnehmenden Temperaturen an das Calorimeter per Minute abgab. Die folgende Tabelle enthält die für bestimmte Temperaturdifferenzen des Blocks gegen das Calorimeter berechneten Wärmeabgaben des ersteren. Als Einheit der Wärmemenge ist jene angenommen, welche 1 Kilogr. Wasser bei der Erhöhung der Temperatur um 1° C. aufnimmt. Die in der Tabelle aufgeführten Wärmemengen entsprechen nicht direct den beobachteten. Die letzteren wurden durch den Inhalt der Bodenfläche dividirt und die Quotienten sind in die Tabelle eingesetzt, so dass diese die auf einen Quadratfuss der Bodenfläche bezogenen Wärmeaufnahmen enthält. Die Temperatur der umgebenden Luft, sowie die Anfangstemperatur des Calorimeters war 15°.

Die Tabelle ist aus Ericsson's Contributions to the centennial exhibition, pag. 49, genommen.

100°	3·1	900°	62·3
200	6·5	1000	78·7
300	10·2	1100	98·2
400	14·8	1200	120·5
500	20·5	1300	146·0
600	27·9	1400	174·8
700	37·2	1500	206·9
800	48·5	1600	242·9

Die von dem Eisenblock an das Calorimeter abgegebene Wärmemenge ist somit bei einer Temperaturdifferenz von 1600° etwa 80mal grösser als bei der Differenz von 100°. Würde die Wärmemittheilung nur durch die Strahlung erfolgen, wie Ericsson voraussetzt, so wäre durch diese Versuche nicht nur das Gesetz von Dulong und Petit, nach welchem das Endglied obiger Tabelle 177000mal grösser sein sollte als das erste, widerlegt, sondern auch die Formel der vierten Potenzen, welche für dieses Verhältniss wohl eine viel mässigere Zahl, nämlich 805 gibt; doch ist diese noch 10mal grösser als die den Daten der Tabelle entsprechende.

Die Annahme, dass das Calorimeter von dem Eisenblocke die Wärme durch Strahlung allein erhält, ist jedoch eine unrichtige, einen Theil der Wärme erhält das Calorimeter auch durch Leitung und zwar ist dieser Theil bei den niedrigeren Temperaturen der bei weitem grössere. Der Beweis für diese Behauptung lässt sich aus den Versuchsdaten selbst führen.

Die Wärmemenge 3·1, welche das Calorimeter bei 100° Temperaturdifferenz in einer Minute empfängt, ist für einen Quadratfuss strahlende Fläche berechnet. Dieselbe wird durch Division mit 929 auf ein Quadratcentimeter reducirt und wenn man den Quotienten noch mit 1000 multiplicirt, also das Gramme als Gewichtseinheit einführt, so erhält man die Zahl 3·34. Nach den im vorhergehenden Abschnitte aufgeführten Berechnungen kann man 1 als diejenige Wärmemenge annehmen, welche ein Quadratcentimeter einer schwarzen Fläche bei 100° gegen eine gleichartige Fläche von 0° durch Strahlung verliert. Wird die Temperatur der ersteren auf 115°, die der letzteren auf 15° erhöht, so steigt die ausgestrahlte Wärmemenge nahezu im Verhältniss von 8 zu 7, kann also = 1·14 gesetzt werden.

Diese Wärmemenge könnte vom Eisenblock dem Calorimeter zugestrahlt werden, wenn das Emissionsvermögen des Eisens jenem des Russes gleich käme und selbst diese Wärmemenge ist mehr als dreimal kleiner, als die aus den Beobachtungen abgeleitete 3·34. Nimmt man das Ausstrahlungsvermögen des Eisens = $^1/_4$ von jenem des Russes, so erhält man für die durch Strahlung an das Calorimeter abgegebene Wärme nur 0·29, also nur gleich dem zwölften Theile der beobachteten, 11 Theile von dieser kommen auf Rechnung der Leitung. Letztere findet zum Theile durch die zwischen dem Block und dem Calorimeter befindliche Luftschichte statt, zum grösseren Theile aber durch die Füsse des Calorimeters. Es hätten die Versuche auch ganz andere und leichter zu discutirende Resultate ergeben, wenn Ericsson das Calorimeter nicht auf den Block aufgesetzt, sondern über demselben an Schnüren aufgehängt und in der Luft schwebend gehalten hätte.

Zu einer Schätzung der bei diesen Versuchen auftretenden Wirkung der Strahlung kann man noch auf eine zweite Art gelangen. Wenn man nach der Formel der vierten Potenzen das Verhältniss der Wärmemengen berechnet, welche von einem Körper bei den Temperaturen 215° und 115° einem anderen von 15° zugestrahlt werden, so findet man dasselbe = 3·16. Die beiden in der Ericsson'schen Tabelle stehenden Zahlen 3·1 und 6·5 geben einen viel kleineren Quotienten, weil dieselben neben der Wirkung der Strahlung auch noch jene der Leitung darstellen, welche viel langsamer mit der Temperatur steigt als erstere. Man kann dieselbe in erster Annäherung geradezu der Temperaturdifferenz proportional setzen und annehmen, dass die an der Zahl 6·5 wegen der Wärmeleitung vorzunehmende Correction $2x$ beträgt, wenn die an der Zahl 3·1 anzubringende Correction x ist. Man kann nun die Forderung, dass

$$\frac{6{\cdot}5-2x}{3{\cdot}1-x} = 3{\cdot}16$$

sein soll, zur Bestimmung von x benützen und erhält $x = 2{\cdot}84$. Diese Zahl von 3·1 subtrahirt, gibt 0·26 als Mass für die Strahlung, und stimmt diese Grösse mit der früheren, welche unter der

Annahme, dass das Emissionsvermögen des Eisens $= \frac{1}{4}$ ist, gefunden wurde, nahe überein. Ihr liegt wohl eine etwas kleinere, doch nur im Verhältniss von 929 : 1000 kleinere Einheit zu Grunde als der früheren.

Wie schon bemerkt, wächst der Effect der Wärmeleitung mit steigender Temperatur viel langsamer als jener der Strahlung. Da es sich hier hauptsächlich um die Leitung durch einen festen Körper handelt, so wird bei gleichbleibenden äusseren Bedingungen die Wärmeleitung noch langsamer als die Temperaturdifferenz zunehmen. Es wird also bei der Temperaturdifferenz von 1600° die Wärmeleitung wahrscheinlich nicht 16mal so viel betragen als bei der Differenz von 100°, sondern weniger. Nimmt man die für x gefundene Zahl 2·84 an, so ist der 16fache Betrag derselben 45·4. Es wird demnach von der für die Temperaturdifferenz von 1600° beobachteten Wärmemenge 242·9 nach der Correction wegen der Wärmeleitung eine in der Nähe von 200 liegende Zahl übrig bleiben, während für die Differenz von 100° die Zahl $^1/_4$ als Mass der Strahlung betrachtet werden kann. Diese beiden Werthe entsprechen sehr genau dem von der Formel der vierten Potenzen geforderten Verhältnisse von 805 : 1.

Man gelangt also auch durch die Discussion der Ericsson-schen Versuche zu dem Resultate, dass die neue Formel zur Beurtheilung der Grösse der Wärmestrahlung bei höheren Temperaturen sehr brauchbar ist.

IV. Über die Temperatur der Sonne.

Ich will hier noch die Zahlen zusammenstellen, welche für die Temperatur der Sonne nach den verschiedenen Formeln erhalten werden können.

Pouillet hat aus seinen actinometrischen Beobachtungen berechnet, dass ein Quadratcentimeter der Oberfläche der Sonne in jeder Minute 84888 Wärmeeinheiten aussendet. Aus dieser Zahl hat er mit Hilfe der Formel von Dulong und Petit für die Temperatur der Sonne die zwei Werthe 1461° und 1761° abgeleitet, indem er das Emissionsvermögen der Sonne zuerst

$= 1$, das anderemal aber $= 0{\cdot}1$ annahm. Nimmt man die Constante m der Formel von Dulong und Petit $= 0{\cdot}87$, welcher Werth auch den Versuchen von Dulong und Petit, wenn dieselben wegen der Wärmeleitung der Luft corrigirt werden, entspricht, so erhält man für die Temperatur der Sonne etwas grössere Zahlen (1497° und 1797°) und dieselben würden sich noch etwas erhöhen, wenn man die neueren Beobachtungen benützte, nach welchen die Sonnenwärme viel grösser ist, als Pouillet sie fand. Nach den Bestimmungen von Violle ist dieselbe 1·44mal grösser, und dem entsprechend wachsen die Zahlen für die Temperatur der Sonne auf 1544° und 1844°, und wenn man das Emissionsvermögen derselben dem des Silbers, also $= \frac{1}{40}$ annimmt, erhält man die Zahl 2025°.

Nimmt man dagegen die von einem Körper ausgestrahlte Wärmemenge der vierten Potenz seiner absoluten Temperatur proportional an und setzt die von einem Quadratcentimeter einer schwarzen Fläche bei 0° in der Minute ausgesendete Wärmemenge $= 0{\cdot}4$, so erhält man aus der von Pouillet für die Sonnenwärme gegebenen Zahl für die Temperatur der Sonne den Werth 5586°, wenn man ihr Emissionsvermögen $= 1$, und den Werth 10147°, wenn man dasselbe $= 0{\cdot}1$ setzt. Benützt man die von Violle angegebene Grösse der Sonnenwärme, so erhöhen sich die eben angegebenen Werthe um 10 Procent.

Soret beobachtete die Temperaturerhöhungen, welche das Thermometer seines Actinometers unter der Wirkung der Sonnenstrahlen und unter der Wirkung einer in der Flamme der Leuchtgas-Sauerstofflampe erhitzten Scheibe von Zirkon oder Magnesia erhielt, wobei die Scheibe vom Thermometer aus gesehen dieselbe scheinbare Grösse hatte als die Sonne. Die Temperaturerhöhungen waren in den zwei Fällen 14°5 und 0·5, verhielten sich also wie 29:1. Nimmt man an, dass die Wärmeabgaben des Thermometers, wie die Überschüsse seiner Temperaturen über die der Umgebung sich verhalten, so folgt, dass das Thermometer von der Sonne 29mal so viel Wärme erhielt als von der Zirkonscheibe und es würde etwa $\frac{3}{2}.29 = 43{\cdot}5$mal so viel von der Sonne erhalten haben, wenn in der Atmosphäre keine Wärme absorbirt würde. Nimmt man für die Sonne und die Zirkonscheibe das gleiche Emissionsvermögen an, so muss die absolute Temperatur der Sonne $\sqrt[4]{43{\cdot}5} = 2{\cdot}568$mal höher sein als jene der Scheibe. Letztere liegt nach der Schätzung Soret's zwischen 2173° und 2273°, demnach jene der Sonne zwischen 5580° und 5838°, oder nach der gewöhnlichen Skala gemessen liegt die Temperatur der Sonne unter der über ihr Emissionsvermögen gemachten Annahme zwischen 5307° und 5565°. Diese Zahlen liegen sehr nahe dem unteren Grenzwerthe, welcher aus Pouillet's Beobachtungen berechnet wurde.

Die ersten Schätzungen der Temperatur der Sonne wurden auf Grund der Newton'schen Formel gemacht, nach welcher die Wärmestrahlung eines Körpers mit seiner Temperatur in geradem Verhältnisse steigt. Da die von der Einheit einer schwarzen Fläche bei 100° in der Minute ausgesendete Wärmemenge um 1 grösser ist als die bei 0° ausgesendete, so gibt unter Anwendung der Newton'schen Formel die von Pouillet für die von der Sonne ausgestrahlte Wärmemenge gegebene Zahl mit 100 multiplicirt die Temperatur der Sonne. Diese wird also $= 8488800$, wenn das Emissionsvermögen der Sonne $= 1$, sie wird 10mal so gross, wenn letzteres $= 0{\cdot}1$ gesetzt wird. Man hat sonst unter Anwendung derselben Formel aus den Temperaturerhöhungen bestrahlter schwarzer Thermometer kleinere Werthe für die Temperatur der Sonne gefunden, jedoch nur unter der ganz unrichtigen Annahme, dass das Thermometer nur durch Strahlung Wärme an die Umgebung abgebe.

Zum Schlusse muss ich hier noch anführen, dass in neuester Zeit Rosetti eine Untersuchung über die Wärmestrahlung bei höheren Temperaturen und über die Temperatur der Sonne ausgeführt hat. Er hat auch zur Berechnung seiner Versuche eine Formel angewendet, in welcher die Wärmestrahlung eines Körpers mit seiner absoluten Temperatur in algebraischem Zusammenhange erscheint. Die Ablenkung y des mit einer bestrahlten Thermosäule verbundenen Galvanometers wird ausgedrückt durch die Formel

$$y = (aT^2 - b)(T - \theta)$$

worin a und b Constante, T die absolute Temperatur des strahlenden Körpers, θ jene der Umgebung bedeuten. Diese Formel soll auch das Ergebniss theoretischer Betrachtungen sein. Die Abhandlung selbst habe ich noch nicht einsehen können, in den mir bekannt gewordenen Auszügen sind diese Betrachtungen nicht mitgetheilt, ebenso auch nicht die Beobachtungen über die Strahlung bei höheren Temperaturen, so dass ich die Frage, ob die von mir aufgestellte Formel auch zur Darstellung dieser Beobachtungen geeignet sei, nicht behandeln kann.

Bezüglich der Sonnentemperatur sei bemerkt, dass von Rosetti für die untere Grenze derselben der Werth 9965°4 angegeben wird.