ANNALES

DE

CHIMIE ET DE PHYSIQUE,

Par MM. GAY-LUSSAC et ARAGO.

TOME SEPTIÈME.

A PARIS,

Chez CROCHARD, Libraire, rue de Sorbonne, n° 3, près celle des Mathurins.

1817.

SUITE

Des Recherches sur la Mesure des Températures et sur les Lois de la communication de la chaleur.

Par MM. DULONG et PETIT

SECONDE PARTIE.

Des Lois du Refroidissement.

Les premières vues relatives aux lois de la communication de la chaleur se trouvent consignées dans les *Opuscules* de Newton (1). Ce grand physicien admet, *à priori*, qu'un corps échauffé, soumis à une cause constante de refroidissement telle que l'action d'un courant d'air uniforme, doit perdre, dans chaque instant, une quantité de chaleur proportionnelle à l'excès de sa température sur celle de l'air ambiant; et que par conséquent ces pertes de chaleur, dans des intervalles de temps égaux et successifs, doivent former une progression géométrique décroissante. Kraft et, après lui, Richmann (2) ont essayé de vérifier cette loi par des expériences directes sur le refroidissement de masses liquides. Ces expériences, répétées depuis par plusieurs physiciens, prouvent en effet que, pour des différences de température qui n'excèdent pas 40 ou 50 degrés, la loi de la pro-

(1) *Neutoni Opuscula.* II. 423.

(2) *Nov. Com. Ac. Pet.* I. 195.

gression géométrique représente assez exactement le progrès du refroidissement d'un corps.

Dans une dissertation peu connue sur plusieurs points de la théorie de la chaleur, publiée en 1740, par conséquent plusieurs années avant l'époque où Kraft et Richmann ont fait connaître leurs recherches, Martine (1) avait déjà signalé l'inexactitude de la loi précédente, et avait cherché à lui en substituer une autre dans laquelle les pertes de chaleur croîtraient plus rapidement que dans la loi de Newton.

Erxleben (2) prouva également, par des observations très-précises, que l'écart de la loi supposée augmente de plus en plus à mesure que l'on considère de plus grandes différences de température, et il en a conclu qu'on commettrait des erreurs graves si l'on étendait cette loi fort au-delà des limites entre lesquelles elle paraît avoir été vérifiée. Cette remarque très-juste d'Erxleben paraît, ainsi que son Mémoire, n'avoir pas fixé l'attention des physiciens; car, dans toutes les recherches postérieures sur le même objet, on voit la loi de Newton présentée, non comme une approximation, mais comme une vérité rigoureuse et constatée.

Ainsi, M. Leslie (3), dans ses ingénieuses recherches sur la chaleur, a fait de cette loi la base de plusieurs déterminations qui par cela même se trouvent inexactes, ainsi que nous le prouverons par la suite.

Peu de temps après la publication des travaux de M. Leslie, M. Dalton fit connaître, dans son *Nouveau*

(1) *Dissertations sur la Chaleur*, etc., p. 72 et suiv.
(2) *Novi Comment.* Soc. Gotting. VIII. 74.
(3) *An inquiry, etc.*

Traité de Chimie philosophique, une série d'expériences sur le refroidissement de corps portés à une température très-élevée. Les résultats de ces expériences montrent évidemment que la loi de Richmann n'est qu'approchée dans les basses températures, et qu'elle devient tout-à-fait inexacte dans les températures élevées. M. Dalton, au lieu de chercher à représenter ses observations par une loi différente, essaya de rétablir celle de Richmann en substituant à l'échelle thermométrique ordinaire celle qu'il a cru pouvoir établir d'après la supposition que les dilatations des liquides sont soumises à une même loi; assertion que nous avons discutée dans la première partie de ce Mémoire. Mais lors même qu'on aurait constaté l'exactitude des principes sur lesquels repose cette nouvelle échelle, on serait encore forcé de convenir qu'elle ne satisfait pas à la condition de rendre les pertes de chaleur d'un corps proportionnelles aux excès de sa température sur celle de l'air environnant, ou, en d'autres termes, qu'elle ne rétablit pas la loi de Richmann; car il faudrait pour cela que la loi du refroidissement fût la même pour tous les corps, et nos expériences prouvent rigoureusement le contraire.

Les derniers travaux entrepris sur le sujet qui nous occupe sont ceux que Laroche a insérés dans son Mémoire relatif à quelques propriétés de la chaleur rayonnante. Il établit, entr'autres propositions, que *la quantité de chaleur qu'un corps chaud cède, dans un temps donné par voie de rayonnement, à un corps froid situé à distance, croît, toutes choses égales d'ailleurs, suivant une progression plus rapide que l'excès de la température du premier sur celle du second.*

Cette proposition est, comme on le voit, pour le rayonnement l'équivalent de celle de M. Dalton pour le refroidissement total d'un corps dans l'air. Mais Laroche n'a présenté que des résultats isolés, et n'a pas cherché la loi dont ils dépendent. Nous verrons même par la suite que ces résultats sont compliqués par l'action de causes particulières dont il aurait fallu les dégager pour arriver à la loi du refroidissement dans le vide, qui n'est point la même que celle du rayonnement.

Les travaux des physiciens sur les lois du refroidissement se bornent donc jusqu'ici à avoir montré que la loi admise par Newton est suffisamment approchée tant qu'on ne considère que de petits excès de température; mais qu'elle s'éloigne de plus en plus de la vérité à mesure qu'on l'étend à des différences de plus en plus grandes; et si, dans l'exposé succinct de ces travaux, nous n'avons pas cité les recherches mathématiques de M. Fourier sur les lois de la distribution de la chaleur, c'est que tous les résultats de son analyse sont déduits de la loi de Newton, admise comme une vérité d'observation, tandis que nos expériences ont uniquement pour objet de découvrir la loi qu'on doit substituer à celle-ci. Du reste, les conséquences très-remarquables auxquelles ce profond géomètre a été conduit conserveront toute leur exactitude dans les circonstances et entre les limites où la loi de Newton se vérifie, et il suffira, pour les étendre aux autres cas, de les modifier conformément aux nouvelles lois que nous établirons.

Du Refroidissement en général.

Lorsqu'un corps se refroidit dans le vide, sa chaleur se dissipe entièrement par voie de rayonnement. Lorsqu'il

est placé dans l'air ou dans tout autre fluide, son refroidissement devient plus rapide, la chaleur enlevée par le fluide s'ajoutant alors à celle que le rayonnement lui enlève. Il est donc naturel de distinguer ces deux effets, et l'on conçoit d'ailleurs qu'assujettis, suivant toute apparence, à des lois différentes, ils doivent être étudiés isolément. Nous examinerons donc successivement les lois du refroidissement dans le vide et dans les fluides élastiques. Mais comme la marche que nous avons suivie dans chacune de ces recherches est fondée sur les mêmes principes, il est convenable de les établir dès-à-présent.

Le cas le plus simple du refroidissement serait celui d'un corps de dimensions assez petites, pour qu'on pût supposer à chaque instant tous ses points à la même température. Or, pour parvenir au but que nous nous sommes proposé, celui de découvrir la loi élémentaire du refroidissement, c'eût été compliquer inutilement la question et la rendre presqu'insoluble que d'observer d'abord la marche du refroidissement dans les corps solides, puisqu'alors ce phénomène comprend un élément de plus, savoir, le mode de distribution intérieure de la chaleur, qui est une fonction de la conductibilité. Obligés par la nature du problème d'avoir recours aux liquides, le thermomètre à mercure lui-même nous a paru le corps le plus approprié à ce genre d'expériences; mais comme il est nécessaire, pour observer à des températures très-élevées, de donner au corps sur lequel on opère des dimensions assez grandes pour que le refroidissement n'en soit point tellement rapide qu'on ne puisse en suivre le progrès avec exactitude, il fallait avant tout examiner quelle influence peut avoir sur la loi du refroidissement la masse plus ou moins grande du liquide contenu dans le réservoir du thermomètre : il n'était pas moins important de rechercher si cette loi dépend de la nature du liquide, de la nature et de la forme du vase dans lequel il serait renfermé. Ces premières comparaisons ont été l'objet d'une série d'expériences que nous allons rapporter, après avoir exposé la méthode uniforme de calcul dont nous avons fait constamment usage pour rendre nos résulats plus faciles à comparer.

Supposons qu'on observe, à des intervalles de temps égaux entr'eux, de minute en minute, par exemple, les excès de températures d'un corps sur le milieu environnant, et que, pour les temps $0, \ldots 1', \ldots 2' \ldots 3', \ldots$ etc... t', les excès soient $A, B, C \ldots T$. Si la loi de la progression géométrique se vérifiait, on devrait avoir $B = Am$. $C = Am^2 \ldots T = Am^t$; m étant une fraction qui varierait d'un corps à un autre. Cette loi ne se vérifie jamais exactement, surtout quand les températures A, B, C sont élevées; mais on conçoit qu'on pourra toujours représenter un certain nombre de termes de la série du refroidissement par une expression de la forme $Am^{\alpha t + \beta t^2}$, en déterminant convenablement les coefficiens m, α, β; et, à l'aide de cette formule, on pourra calculer avec une très-grande approximation la valeur du temps t, correspondant à un excès de température quelconque T, pourvu que cet excès soit compris dans la portion de la série qui a servi à l'interpolation.

Cette même expression nous donne le moyen de déterminer la vitesse de refroidissement correspondante à chaque excès de température, c'est-à-dire, le nombre de degrés dont la température du corps s'abaisserait

dans une minute, en supposant la vitesse du refroidissement uniforme pendant cette minute. En effet, on a pour cette vitesse :

$$\frac{dT}{dt} = (\log. m). T. (\alpha + 2\beta t).$$

Cette quantité doit toujours excéder la perte réelle de température pendant le même temps, puisque la vitesse du refroidissement diminue pendant toute sa durée, quelque courte qu'elle soit.

Ce n'est pas, comme on le pense bien, pour corriger la petite différence dont nous venons de parler, que nous avons fait usage de ce procédé. Mais on sentira aisément que lorsqu'une série se trouvait ainsi divisée en plusieurs parties représentées chacune par des formules empyriques qui satisfaisaient le plus exactement possible aux nombres observés, les vitesses de refroidissement, déduites de ces formules pour les différens excès de température, se trouvaient dégagées des incertitudes et des irrégularités que présentent toujours les résultats bruts des observations.

Revenons maintenant à la première comparaison dont nous parlions tout-à-l'heure, et pour cela examinons comment la vitesse du refroidissement a varié dans les trois séries dont les résultats calculés sont renfermés dans le tableau suivant :

Excès de température sur l'air.	Vitesse de refroidissement du thermomètre *A*.	Vitesse de refroidissement du thermomètre *B*.	Vitesse de refroidissement du thermomètre *C*.
100°;	18°,92 ;	8°,97 ;	5°,00 ;
80 ;	14,00 ;	6,60 ;	3,67 ;
60 ;	9,58 ;	4,56 ;	2,52 ;
40 ;	5,93 ;	2,80 ;	1,56 ;
20.	2,75.	1,30 ;	0,73.

La première colonne contient les excès de température des thermomètres sur celle de l'air environnant ; la seconde renferme les vitesses correspondantes de refroidissement du thermomètre *A*, dont la boule a environ 2 centimètres de diamètre. Ces vitesses ont été calculées sur les observations par la méthode exposée plus haut. La troisième et la quatrième colonne comprennent les vitesses de refroidissement des thermomètres *B* et *C*, calculées de la même manière pour les excès de température indiqués dans la première colonne. La boule du thermomètre *B* a à-peu-près 4 centimètres de diamètre ; celle du thermomètre *C* en a 7.

Un simple coup-d'œil jeté sur ce premier tableau nous montre déjà l'inexactitude de la loi de Richmann ; car l'on voit que les vitesses de refroidissement croissent suivant une progression plus rapide que les excès de température. Maintenant si l'on prend les rapports des nombres correspondans de la seconde et de la troisième colonne, on trouvera qu'ils ont varié ainsi qu'il suit, en commençant par les termes qui répondent aux plus grands excès de température :

2,11..... 2,12..... 2,10..... 2,12..... 2,11.

Ces nombres, qui ne diffèrent que très-peu les uns des autres, et qui sont tantôt plus grands et tantôt plus petits, nous apprennent que la vitesse du refroidissement varie, suivant la même loi, dans les thermomètres *A* et *B*. En comparant de la même manière les nombres contenus dans la seconde et la quatrième colonne, on trouvera pour leurs rapports :

3,78..... 3,81..... 3,80..... 3,80..... 3,77.

L'égalité presque parfaite de ces nombres nous montre que la loi du refroidissement est encore la même pour les thermomètres *A* et *C* ; car les différences que présentent les nombres précédens doivent être attribuées aux erreurs inséparables des expériences, et ne répondent d'ailleurs qu'à des incertitudes d'un centième de degré sur les vitesses.

On est donc en droit de conclure de ce qui précède que la loi du refroidissement, observée sur un thermomètre à mercure, est indépendante de la grandeur de son réservoir, et qu'elle est par conséquent la loi élémentaire du refroidissement que nous cherchons, ou en quelque sorte la loi du refroidissement d'un point.

Nous n'avons pas examiné comment les vitesses de refroidissement varient avec la grandeur des surfaces, à cause du peu de précision dont serait susceptible la mesure de la surface d'une boule de verre soufflée à l'extrémité d'un tube, et parce que cette recherche était étrangère à celle qui nous occupe. Néanmoins on voit, par les mesures approchées que nous avons données des diamètres des boules, que les vitesses de refroidissement sont à très-peu près en raison inverse de ces diamètres, ainsi que cela aurait lieu pour une sphère solide de dimensions infiniment petites.

Passons maintenant à l'examen de l'influence que pourrait avoir sur la loi du refroidissement la nature du liquide contenu dans le vase. Ici, la difficulté de construire des thermomètres avec des liquides différens du mercure, difficulté qui tient aux incertitudes qui restent encore sur les lois de dilatation de ces corps, nous a déterminés à observer le refroidissement de ces liquides en les renfermant dans un même matras de verre, au centre duquel plongeait un thermomètre à mercure très-sensible. Nous avons même reconnu que la position du thermomètre était indifférente, et qu'à un instant donné les températures de tous les points de la masse étaient sensiblement les mêmes; ce qui tient évidemment à ce que la conductibilité intérieure, qui dans les liquides est le résultat des courans qui s'y forment, peut être regardée comme à-peu-près parfaite, au moins pour des masses telles que celles sur lesquelles nous avons opéré.

Le premier des tableaux suivans contient les vitesses comparées du refroidissement du mercure et de l'eau; le second renferme une comparaison semblable faite entre le mercure et l'alcool absolu; le troisième entre le mercure et l'acide sulfurique concentré.

Excès de température du corps.	Vitesse de refroidissement du mercure.	Vitesse de refroidissement de l'eau.	Rapport entre ces vitesses.
60°;	3°,03;	1°,39;	0,458;
50;	2,47;	1,13;	0,452;
40;	1,89;	0,85;	0,450;
30.	1,36.	0,62.	0,456.

Excès de température du corps.	Vitesse de refroidissement du mercure.	Vitesse de refroidissement de l'alcool absolu.	Rapport entre ces vitesses.
40°;	1°,89;	1°,50;	0,798;
30;	1,36;	1,09;	0,801;
20.	0,87.	0,69.	0,794.

Excès de température du corps.	Vitesse de refroidissement du mercure.	Vitesse de refroidissement de l'acide sulfurique.	Rapport entre ces vitesses.
60°;	3°,03;	1°,97;	0,650;
50;	2,47;	1,59;	0,649;
40;	1,89;	1,22;	0,646;
30.	1,36.	0,89.	0,654.

Les rapports inscrits dans les dernières colonnes de chacun de ces tableaux nous montrent que la loi du refroidissement est la même pour les quatre liquides comparés; car les petites variations irrégulières de ces rapports proviennent évidemment des incertitudes de l'observation; et d'ailleurs, pour les faire disparaître, il suffirait d'altérer les valeurs des vitesses observées, de quantités qui s'élèvent à peine à un centième de degré.

Maintenant, si des liquides aussi différens par leur nature, leur densité et leur fluidité, présentent des lois de refroidissement absolument semblables, n'est-il pas naturel d'en tirer la conséquence à laquelle nous étions déjà arrivés par la comparaison des refroidissemens de masses inégales? C'est que, dans les limites où nous faisons nos observations, le refroidissement d'une masse liquide est assujetti à la même loi que celui d'un corps dont les dimensions seraient infiniment petites.

Restait à examiner l'influence de la nature et de la forme du vase.

On a d'abord comparé les refroidissemens de deux sphères, l'une de verre, l'autre de fer-blanc, toutes deux pleines d'eau. (Le rayon de la boule de fer-blanc excède un peu celui de la boule de verre.)

Excès de température du corps.	Vitesse de refroidissement de la boule de verre.	Vitesse de refroidissement de la boule de fer-blanc.	Rapport entre ces vitesses.
60°;	1°,39;	0°,90;	1,54;
50;	1,13;	0,73;	1,55;
40;	0,85;	0,54;	1,57;
30;	0,62;	0,38;	1,63;
20.	0,37.	0,21.	1,76.

Ici, les rapports indiqués dans la dernière colonne ont varié toujours dans le même sens, et nous montrent que la loi du refroidissement est plus rapide pour la boule de fer-blanc que pour la boule de verre. M. Leslie est arrivé au même résultat, qu'il a généralisé en admettant que cette loi change avec la nature des corps, et qu'elle est d'autant plus rapide que ces corps rayonnent moins. Cette proposition est vraie dans la portion de l'échelle thermométrique que M. Leslie n'a pas dépassée dans ses expériences; mais, par une circonstance très-remarquable, un effet contraire se produit dans les hautes températures; de manière que quand on compare les lois de refroidissement de deux corps de surfaces différentes, celle des deux lois qui est la plus rapide dans la partie inférieure de l'échelle, devient au contraire la moins rapide dans les températures élevées. Ainsi, dans la série rapportée plus haut, les rapports inscrits dans la dernière colonne diminuent à mesure que l'on considère de plus grands excès de température : ils augmenteraient ensuite si l'on prolongeait la série plus loin; et suivant la propriété commune à toutes les quantités dont les variations changent de signe, ces rapports resteraient à très-peu près les mêmes dans une portion assez étendue de l'échelle thermométrique. C'est ici l'un des points les plus importans de la théorie du refroidissement. Si nous ne nous abusons pas sur l'exactitude des lois auxquelles nous sommes parvenus, on trouvera, dans la suite de ce Mémoire, une explication très-simple de ce fait remarquable, qu'on ne pouvait découvrir qu'en observant, ainsi que nous l'avons fait, les refroidissemens à partir de températures très-élevées.

C'est pour n'avoir pas pris ce soin, que MM. Dalton et Leslie ne sont arrivés qu'à des résultats si peu exacts sur la question qui nous occupe; le premier, entraîné sans doute par l'idée que la loi de Richmann se vérifiait dans son échelle thermométrique, et n'ayant pas d'ailleurs comparé les refroidissemens des surfaces différentes dans un intervalle assez étendu, avait été conduit à supposer que la loi du refroidissement est la même pour tous les corps; et M. Leslie, qui avait remarqué que cette loi change avec la nature de la surface, n'ayant pas embrassé, dans ses expériences, des températures suffisamment élevées, a cru que la différence qu'il avait découverte ne faisait que s'accroître à mesure qu'on s'avance dans l'échelle thermométrique; ce qui l'a entraîné dans des conséquences fort éloignées de la vérité et sur lesquelles nous aurons occasion de revenir par la suite. Nous ferons seulement remarquer en passant qu'on doit être surpris que M. Leslie, à qui l'influence de la nature des corps sur la loi du refroidissement n'avait pas échappé, et qui en avait conclu avec raison que la loi de Richmann devait être inexacte, ait fait cependant usage de cette loi dans le calcul de la plupart de ses expériences.

Nous avons terminé ces recherches préliminaires en examinant le refroidissement de l'eau dans trois vases de fer-blanc de même capacité; le premier sphérique; le second cylindrique, ayant une hauteur double du diamètre de sa base; et le troisième cylindrique aussi, mais ayant une hauteur moitié de son diamètre.

Excès de températ.	Vitesse du refroidissem. de la boule.	Vitesse de ref. du cylindre, dont la haut. est double du diamèt.	Vitesse de ref. du cylindre, dont la haut. est moitié du diamèt.	Rapport de la 3e colonne à la 2e.	Rapport de la 4e colonne à la 2e.
60° ;	0,90 ;	1,11 ;	1,01 ;	1,23 ;	1,12 ;
50 ;	0,73 ;	0,89 ;	0,80 ;	1,22 ;	1,10 ;
40 ;	0,54 ;	0,66 ;	0,60 ;	1,22 ;	1,11 ;
30 ;	0,38 ;	0,47 ;	0,43 ;	1,23 ;	1,13 ;
20.	0,21.	0,26.	0,23.	1,24.	1,10.

La loi du refroidissement est encore la même pour les trois vases de figures différentes, ainsi que l'indiquent les rapports inscrits dans les deux dernières colonnes. La forme du vase n'a donc aucune influence sensible sur la loi du refroidissement; et ce qui confirme cette assertion, c'est que les rapports trouvés entre les vitesses de refroidissement sont à très-peu près les mêmes que ceux qui existent entre les surfaces des trois vases, ainsi qu'on s'en assurerait aisément. En récapitulant les résultats que nous venons de faire connaître, on voit que la loi du refroidissement d'une masse liquide, variable avec l'état de la surface qui lui sert d'enveloppe, est néanmoins indépendante de la nature de ce liquide, de la forme et de la grandeur du vase qui le contient. C'est là le principe que nous nous proposions d'établir dans cette introduction, et qui va servir de base aux recherches que nous allons exposer.

Appareils destinés aux expériences sur le refroidissement.

Les corps dont nous avons observé le refroidissement ont été, conformément aux principes exposés précédemment, des thermomètres d'un volume tel que leurs abaissemens de température pussent être observés avec précision. Nous en avons construit deux, dont les réservoirs avaient environ l'un 6 cent. de diamètre, l'autre 2 : le premier, contenant environ trois livres de mercure, servait aux observations dans les températures élevées; le plus petit était employé pour les basses températures, afin d'abréger la durée des expériences. Il était d'ailleurs facile de déduire des résultats fournis par ce dernier, ceux qu'aurait donné le grand si l'on eût prolongé la série de son refroidissement. Il suffisait pour cela de commencer l'observation sur le petit thermomètre à une température plus élevée que celle à laquelle on avait terminé la série du grand. En déterminant alors le rapport de la vitesse de refroidissement de ce dernier à celle du petit thermomètre, pour un excès commun de température, on avait le nombre par lequel on devait multiplier tous les résultats donnés par le petit thermomètre pour obtenir les vitesses correspondantes dans l'autre.

Ces deux instrumens, construits avec tout le soin possible, ne différaient d'ailleurs des thermomètres ordinaires qu'en ce que le tube sur lequel les degrés étaient marqués se trouvait séparé de la boule par un tube intermédiaire, dont le calibre intérieur était très-petit. On verra bientôt le motif de cette disposition.

Les expériences sur le refroidissement dans le vide par lesquelles nous devions commencer exigeaient que le thermomètre pût être transporté dans un espace suffisamment grand, dans lequel le vide serait fait très-promptement : il fallait aussi que l'enceinte qui environnait de toutes parts le thermomètre fût maintenue à une température connue; et comme le même appareil devait nous servir à observer le refroidissement dans l'air et dans les gaz, il fallait que ces gaz pussent y être introduits d'une manière commode et prompte. Toutes ces conditions se trouvent remplies dans la construction suivante.

(*Fig.* 1re, *pl.* 2^{me}.) L'enceinte dans laquelle s'observe le refroidissement est formée par un grand ballon en cuivre très-mince $MM'M''M'''$, dont le diamètre est d'environ 3 décimètres ; le col saillant de ce ballon a été usé dans sa partie supérieure, de manière à être terminé par une surface exactement plane, qu'on rend horizontale à l'aide d'un niveau. Ce ballon est plongé, jusqu'à une petite distance de ses bords, dans une grande cuve cylindrique de bois pleine d'eau, où il est retenu dans une position invariable par de fortes traverses RR', RR'. On conçoit que les parois de ce ballon, étant très-minces et très-conductrices, doivent prendre constamment la température de l'eau qui les environne, et qu'étant recouvertes intérieurement de noir de fumée, elles ne peuvent réfléchir qu'une portion excessivement petite de la chaleur que leur envoie le thermomètre. D'ailleurs cet effet, s'il avait lieu, croîtrait à-peu-près comme les pertes de chaleur du corps, en sorte que l'erreur produite affecterait proportionnellement tous les résultats. Il était facile d'élever la température de l'enceinte, c'est-à-dire, de l'eau environnante, en faisant arriver de la vapeur dans le tonneau par le tube recourbé SUV, plongeant jusqu'au fond de l'eau.

L'orifice du ballon est fermé par une plaque épaisse de verre AB, usée avec le plus grand soin sur les bords même du ballon ; les surfaces en contact ont d'ailleurs,

à raison de l'épaisseur du col, une étendue suffisante pour que l'interposition d'une petite quantité de substance grasse rende le contact très-intime et empêche toute communication avec le dehors.

Cette plaque est percée, à son centre, d'une ouverture circulaire dans laquelle on introduit à frottement un bouchon qui porte la tige du thermomètre : les degrés de cet instrument commencent immédiatement au-dessus du bouchon, et le tube intermédiaire CO a la longueur convenable pour que la boule se trouve au centre du ballon. En donnant à ce tube intermédiaire un très-petit diamètre, on diminue la quantité de mercure hors de la boule, et le renflement qui a lieu au commencement de l'échelle permet d'assujettir plus fortement le tube dans le bouchon. Le thermomètre tient ainsi à la plaque, et cette disposition particulière est représentée dans la fig. 2 de la planche 2^{me}, où la boule de l'instrument est placée au-dessus du fourneau qui sert à l'échauffer. Les écrans AA' sont des feuilles de fer-blanc séparées les unes des autres, et qui servent à garantir la plaque AB de l'action du feu.

Revenons maintenant à la fig. 1re : la tige du thermomètre, qui est, comme on le voit, en dehors du ballon, se recouvre au moyen d'un tube évasé ST, dont les bords usés s'appliquent exactement sur la face supérieure de la plaque de verre. Cette espèce de cloche est terminée, dans le haut, par une pièce à robinet, qui se visse à l'une des extrémités d'un tube de plomb très-flexible DEF, dont l'autre extrémité F est elle-même fortement vissée sur la platine HK d'une machine pneumatique. Le canal, qui, dans cette machine, fait communiquer le centre de la platine avec le baromètre, porte une autre pièce à robinet T', terminée par une douille dans laquelle est mastiqué un tube plein de muriate de chaux. C'est par ce tube que doit s'écouler le gaz contenu dans la cloche, en passant par le tube recourbé $MNPRS$. Cette cloche, étant d'ailleurs mobile de haut en bas, permet d'établir l'équilibre entre l'élasticité du gaz introduit et la pression de l'atmosphère. Voici maintenant la marche que nous avons suivie dans chaque expérience.

L'eau du tonneau étant portée à la température convenable, et le thermomètre engagé dans la plaque de verre étant chauffé presqu'à l'ébullition du mercure, on le transportait rapidement dans le ballon; la cloche ST, qui était vissée d'avance au tube de plomb, se descendait alors sur la tige du thermomètre. Tandis qu'on luttait avec soin les surfaces en contact, un aide faisait rapidement le vide au moyen de la machine pneumatique. La communication du ballon et de la cloche était d'ailleurs rendue très-libre par des ouvertures a et b, faites dans la plaque, près de l'ouverture centrale.

Si le refroidissement devait être observé dans le vide, on s'arrêtait quand la machine cessait de dilater l'air, et l'on mesurait immédiatement à l'éprouvette la tension de ce qui restait dans le ballon. On fermait ensuite le robinet de la cloche, et l'observation commençait. Quand l'expérience se faisait dans l'air, on dilatait d'abord celui du ballon afin d'aider au contact des surfaces, et on en laissait ensuite rentrer la quantité convenable. Enfin, lorsque le refroidissement devait être observé dans un gaz, on faisait d'abord le vide, et on laissait ensuite rentrer du gaz; on faisait de nouveau le vide; après quoi

on introduisait la totalité du gaz qu'on voulait employer. Il ne se trouvait plus alors mélangé que d'une proportion d'air tout-à-fait inappréciable.

Nous terminerons cette description en disant que les dimensions du thermomètre avaient été calculées de manière que l'observation du refroidissement pût commencer dans le vide à environ 300°. Les expériences qui ont été faites dans l'air et dans les gaz exigeant une manipulation un peu plus longue, et ne pouvant d'ailleurs être commencée avec sûreté que quand l'équilibre s'était établi dans toute l'étendue du fluide, les séries d'observations qui s'y rapportent partent d'environ 250°.

L'expérience pour le refroidissement dans le vide ou dans un gaz ayant été préparée, comme nous venons de l'expliquer, il ne restait plus qu'à observer, à l'aide d'une montre à secondes, les températures indiquées par le thermomètre après des intervalles de temps égaux entre eux; mais ces températures devaient subir deux corrections que nous allons indiquer. D'abord, on voit, par la disposition même de notre appareil, que la tige du thermomètre était, au bout de peu d'instans, à la température de l'air environnant; chaque température observée était donc trop basse d'un nombre de degrés égal à celui dont se dilaterait la colonne de mercure contenue dans la tige du thermomètre, en la portant de la température de l'air environnant à celle de la boule. Cette correction était facile à calculer, et on l'a appliquée à toutes les températures observées. La seconde correction avait pour but de ramener les indications du thermomètre à mercure à celles du thermomètre à air, et l'on s'est servi pour cela de la table rapportée dans la première partie de ce Mémoire.

Lorsqu'on avait formé ainsi rigoureusement la série des températures consécutives du thermomètre, il ne restait plus qu'à appliquer à cette série le mode de calcul que nous avons exposé plus haut. On la divisait donc en plusieurs parties, qu'on représentait chacune par des expressions de la forme $m \cdot a^{\alpha t + \beta t^2}$ ou t désigne le temps ; et ces formules servaient ensuite à calculer les vitesses de refroidissement pour les différens excès de température ; mais ces vitesses doivent subir une diminution facile à déterminer dans chaque cas. Pour concevoir en quoi elle consiste, il faut remarquer que le refroidissement de la boule du thermomètre, provenant de la déperdition de chaleur qui a lieu par la surface, se trouve toujours un peu augmenté par la rentrée du mercure froid venant de la colonne de l'instrument. Or, le volume de ce mercure était connu, ainsi que sa température ; on pouvait donc encore évaluer exactement cette dernière correction, qui, bien que très-faible, n'a pas dû être négligée.

Telle est la marche constamment suivie dans l'observation et le calcul de toutes nos expériences. Nous nous sommes contentés de déterminer les vitesses de refroidissement pour des excès de températures, croissans de 20 en 20 degrés ; et dans la crainte de donner trop d'étendue à ce Mémoire, nous avons supprimé tous les calculs intermédiaires qui ont servi à ces déterminations.

Nous allons maintenant entrer dans le détail de nos expériences, en les exposant dans l'ordre où elles ont été faites.

Nos recherches préliminaires nous ayant fait reconnaître l'influence de la nature des surfaces sur la loi du refroidissement, il était indispensable d'étudier cette loi pour divers états de la surface de nos thermomètres ; mais il fallait aussi que ces surfaces n'éprouvassent aucune altération aux plus hautes températures auxquelles elles seraient exposées. Les deux seules qui nous aient paru remplir cette condition sont les surfaces vitreuses et argentées. Aussi la plupart de nos expériences ont-elles été faites d'abord en conservant au thermomètre sa surface naturelle, puis en la recouvrant d'une feuille d'argent très-mince. Ces deux espèces de surfaces jouissent, comme on le sait, de pouvoirs rayonnans très-différens ; le verre étant un des corps qui rayonnent le plus, et l'argent celui de tous qui rayonne le moins. Les lois auxquelles nous sommes parvenus dans la comparaison des refroidissemens de ces deux surfaces sont d'une telle simplicité, qu'il est hors de doute qu'elles s'appliquent à tout autre corps.

Du Refroidissement dans le vide.

Les observations sur le refroidissement dans le vide, calculées comme nous l'avons précédemment expliqué, sont toutes affectées d'une erreur très-faible à la vérité, mais dont il est indispensable de les corriger. Cette erreur provient de la petite quantité d'air restée dans le ballon, et qui, dans le plus grand nombre des expériences, ne s'élevait qu'à 2 millimètres.

Ce n'est point sur la série de températures fournie par l'observation que cette correction peut être exécutée immédiatement ; mais il est aisé de la faire subir aux vitesses de refroidissement déduites du calcul, et pour cela il suffit de les diminuer de la quantité correspondante à la chaleur enlevée par l'air resté dans le ballon.

Pour déterminer la valeur de cette correction dans chaque cas, nous avons observé le refroidissement de notre thermomètre dans le ballon contenant de l'air à différens degrés de densité, et nous avons calculé, pour les divers excès de température, les vitesses de refroidissement correspondantes à chaque densité : en retranchant de ces vitesses celles qui ont lieu dans le vide, on aurait exactement la mesure des quantités de chaleur enlevées par l'air dans ses différens états de raréfaction. On aura donc des valeurs presque exactes de ces mêmes quantités, en retranchant les vitesses déjà très-approchées que donne l'observation du refroidissement dans le ballon, lorsqu'il ne contient plus qu'une quantité extrêmement faible de gaz.

Ayant ainsi déterminé pour chaque excès de température et pour diverses densités, les quantités de chaleur enlevées par l'air, nous avons reconnu qu'elles suivaient une loi simple, à l'aide de laquelle nous avons déterminé avec une précision suffisante les corrections que devaient subir les vitesses calculées. Les nombres que nous rapporterons dans la suite de ce chapitre peuvent donc être regardés comme extrêmement peu éloignés de ceux qu'on déduirait d'observations faites dans un vide absolu.

Passons maintenant à l'examen des diverses séries calculées et corrigées, et commençons par celle dans laquelle le ballon était entouré de glace fondante. Le thermomètre conserve sa surface vitreuse naturelle.

Excès de température du thermomètre sur l'enceinte.	Vitesses correspondantes de refroidissement.
240° ;	10°,69 ;
220 ;	8,81 ;
200 ;	7,40 ;
180 ;	6,10 ;
160 ;	4,89 ;
140 ;	3,88 ;
120 ;	3,02 ;
100 ;	2,30 ;
80.	1,74.

La première colonne contient les excès de température du thermomètre sur celle de l'enceinte, c'est-à-dire, les températures elles-mêmes, puisque l'enceinte était à 0°. La seconde colonne renferme les vitesses correspondantes de refroidissement calculées et corrigées par les méthodes que nous avons indiquées. Ces vitesses, ainsi que nous avons eu l'occasion de le dire plusieurs fois, sont les nombres de degrés dont la température s'abaisserait dans le vide durant une minute, en supposant le refroidissement uniforme pendant la durée de cette minute.

Cette première série met bien en évidence l'inexactitude de la loi de Richmann ; car, dans cette loi, la vitesse de refroidissement à 200° devrait être double de celle qui correspond à 100°, et nous la trouvons plus que triple. En comparant de même les pertes à 240° et à 80° d'excès, on trouve la première environ six fois plus grande, tandis que, suivant la loi de Richmann, elle devrait être seulement triple.

Rien ne serait plus facile que de représenter avec une formule composée de deux ou trois termes les résultats contenus dans le tableau précédent, et d'obtenir ainsi une relation empyrique entre les températures des corps et les vitesses correspondantes de refroidissement; mais les formules de ce genre, utiles sans doute lorsqu'on a besoin de calculer des effets intermédiaires compris dans la série de ceux qui ont servi à l'interpolation, deviennent presque toujours inexactes hors des limites entre lesquelles elles ont été déterminées, et ne sont jamais propres à faire connaître les lois du phénomène qu'on étudie.

Nous avons donc cru nécessaire, avant de rechercher aucune loi, de varier nos observations autant que la nature du sujet le permettait, et nous avons été conduits en cela par une remarque relative à la théorie du rayonnement, et qui, nous le croyons, n'a été faite jusqu'ici par aucun physicien.

Dans la théorie adoptée des échanges de chaleur, le refroidissement d'un corps dans le vide n'est que l'excès de son rayonnement sur celui des corps environnans. Ainsi, en appelant θ la température de l'enceinte vide dans laquelle un corps se refroidit, et $t+\theta$ la température de ce corps, on aura en général, pour la vitesse V du refroidissement (en observant que cette vitesse est nulle quand t est nul) :

$$V=F(t+\theta)-F(\theta).$$

F désignant la fonction inconnue de la température absolue qui représente la loi du rayonnement.

Si les fonctions $F(t+\theta)$ et $F(\theta)$ étaient proportionnelles à leurs variables, c'est-à-dire, qu'elles fussent

de la forme $m(t+\theta)$ et $m(\theta)$; m étant une constante, on trouverait la vitesse du refroidissement égale à mt, et l'on retomberait dans la loi de Richmann, puisque les vitesses de refroidissement se trouveraient ainsi proportionnelles aux excès de température : ces vitesses seraient en même temps indépendantes des températures absolues, comme on l'a supposé jusqu'à présent. Mais si la fonction F n'est point proportionnelle à sa variable, ainsi que nos expériences le prouvent, l'expression :

$$F(t+\theta)-F(\theta),$$

qui représente la vitesse du refroidissement, devra dépendre à-la-fois de l'excès de température t et de la température absolue θ de l'enceinte. C'est pour vérifier cette conséquence que nous avons observé le refroidissement du thermomètre dans le vide, en amenant successivement l'eau du tonneau, dans lequel le ballon est plongé, à 20°, 40°, 60°, 80°. Le tableau suivant présente, sous un même point de vue, tous les résultats de chacune de ces séries d'observation qui ont d'ailleurs été répétées plusieurs fois.

Excès de températ. du thermom., à surface vitreuse.	Vitesse de refroidissem., l'enceinte à 0°.	Vitesse de refroidissem., l'enceinte à 20°.	Vitesse de refroidissem., l'enceinte à 40°.	Vitesse de refroidissem., l'enceinte à 60°.	Vitesse de refroidissem., l'enceinte à 80°.
240°;	10°,69;	12°,40;	14°,35;	. . . .	. . . .
220;	8,81;	10,41;	11,98;	. . . .	. . . .
200;	7,40;	8,58;	10,01;	11°,64;	13°,45;
180;	6,10;	7,04;	8,20;	9,55;	11,05;
160;	4,89;	5,67;	6,61;	7,68;	8,95;
140;	3,88;	4,57;	5,32;	6,14;	7,19;
120;	3,02;	3,56;	4,15;	4,84;	5,64;
100;	2,30;	2,74;	3,16;	3,68;	4,29;
80;	1,74.	1,99;	2,30;	2,73;	3,18;
60.	. . . .	1,40.	1,62.	1,88.	2,17.

Ce tableau, qui n'a besoin d'aucune explication, confirme, comme on le voit, le principe que nous venons d'établir; mais les résultats qu'il renferme donnent lieu à un rapprochement très-simple qui nous a conduit à la découverte de la loi du refroidissement dans le vide. Si l'on compare les nombres correspondans de la 2^{me} et de la 3^{me} colonne, c'est-à-dire, les vitesses de refroidissement pour les mêmes excès de température, l'enceinte étant successivement à *zéro* et à 20°, on trouve que les rapports de ces vitesses ont varié ainsi qu'il suit :

1,16... 1,18... 1,16... 1,15... 1,16... 1,17... 1,17... 1,18... 1,15.

Ces nombres, qui diffèrent déjà très-peu les uns des autres sans offrir rien de régulier dans leurs variations, n'exigeraient, pour être rendus égaux, qu'un changement sur quelques vitesses observées qui s'élèverait à peine à un centième de leur valeur.

Comparons de même les vitesses observées, l'enceinte étant à 20° et à 40. On trouvera pour les rapports des vitesses :

1,16... 1,15... 1,16... 1,16... 1,17... 1,16... 1,17... 1,15... 1,16... 1,16.

Prenons maintenant les rapports entre les vitesses pour le cas où l'enceinte est à 40°, et celui où elle est à 60°; on trouve :

1,15..... 1,16..... 1,16..... 1,15..... 1,17..... 1,16..... 1,18..... 1,16.

Enfin, on aura pour les rapports entre les vitesses correspondantes aux cas où l'enceinte est à 60° et à 80° :

1,15..... 1,15..... 1,16..... 1,17..... 1,16..... 1,17..... 1,17..... 1,15.

Les trois dernières comparaisons nous conduisent au même résultat que la première, et nous apprennent en outre que le rapport constant entre deux des séries consécutives est resté le même, en portant l'enceinte de 0° à 20°; de 20° à 40°; de 40° à 60°; enfin, de 60° à 80°. Les expériences précédentes mettent donc en évidence la loi suivante : *La vitesse de refroidissement d'un thermomètre dans le vide pour un excès de température constant croît en progression géométrique, quand la température de l'enceinte croît en progression arithmétique. Le rapport de cette progression géométrique est le même, quel que soit l'excès de température considéré.*

Cette première loi, qui se rapporte uniquement à la variation de température de l'enceinte, nous permet de mettre l'expression précédemment trouvée de la vitesse du refroidissement dans le vide :

$$F\,(t+\theta) - F\,(\theta),$$

sous la forme :

$$\varphi\, t \times a^{\theta}.$$

a étant un nombre constant, et $\varphi\,(t)$ une fonction de la variable t seulement, et qu'il s'agit de découvrir.

Les deux expressions de la vitesse de refroidissement étant égalées, nous donnent :

$$\frac{F\,(t+\theta) - F\,(\theta)}{a^{\theta}} = \varphi\,(t);$$

d'où, en développant en série :

$$\varphi\,(t) = t . \frac{F'\,(\theta)}{a^{\theta}} + \frac{t^2}{2} . \frac{F''\,(\theta)}{a^{\theta}} + \frac{t^3}{2.3} . \frac{F'''\,(\theta)}{a^{\theta}} .$$

Et cette équation, devant être satisfaite pour toutes les valeurs de t, exige qu'on ait :

$$F'\theta = n.a^{\theta}.$$

n étant un nombre indéterminé, on en déduit :

$$F(\theta) = m.a^{\theta} + \text{constante},$$

en faisant, pour abréger, $\frac{n}{\text{loga.}} = m$. Et par suite :

$$F(t+\theta) = m.a^{t+\theta} + \text{constante}.$$

On a donc enfin pour la valeur de la vitesse :

$$V = m.a^{\theta}(a^{t} - 1).$$

Equation qui renferme la loi du refroidissement dans le vide.

Si l'on suppose θ constant, le coefficient ma^{θ} le sera aussi, et la loi précédente pourra s'énoncer ainsi :

Lorsqu'un corps se refroidit dans une enceinte vide et entretenue à une température constante, la vitesse du refroidissement, pour des excès de température en progression arithmétique, croît comme les termes d'une progression géométrique diminués d'un nombre constant.

Le rapport a de cette progression est facile à trouver pour le thermomètre dont nous venons d'observer le refroidissement ; car, lorsque θ augmente de 20°, t restant le même, la vitesse du refroidissement se trouve multipliée par 1,165, moyenne entre tous les rapports déterminés précédemment. On a donc :

$$a = \sqrt[20]{1,165} = 1,0077.$$

Il ne reste plus maintenant pour vérifier l'exactitude de la loi précédente qu'à la comparer aux différentes

séries contenues dans le tableau rapporté plus haut. Commençons par celle où l'enceinte était à 0° : on trouve alors qu'il faut faire $m = 2,037$; on a donc, pour ce cas :

$$V = 2,037\,(a^{t} - 1),$$

ou : $a = 1,0077$ (1).

Excès de température du thermomètre, ou valeurs de t.	Valeurs observées de V.	Valeurs calculées de V.
240° ;	10°,69 ;	10°,68 ;
220 ;	8,81 ;	8,89 ;
200 ;	7,40 ;	7,34 ;
180 ;	6,10 ;	6,03 ;
160 ;	4,89 ;	4,87 ;
140 ;	3,88 ;	3,89 ;
120 ;	3,02 ;	3,05 ;
100 ;	2,30 ;	2,33 ;
80.	1,74.	1,72.

Prenons maintenant la série faite dans l'enceinte à 20°, le coefficient précédent de $(a^{t} - 1)$ doit être alors multiplié par $a^{20} = 1,165$. On a donc :

$$V = 2,374\,(a^{t} - 1).$$

Excès de température, ou valeurs de t.	Valeurs observées de V.	Valeurs calculées de V.
240° ;	12°,40 ;	12°,46 ;
220 ;	10,41 ;	10,36 ;

(1) Pour se rappeler la valeur du coefficient 1,0077, on peut remarquer qu'il est égal à-peu-près au carré du coefficient de la dilatation des gaz.

200°;	8°,58;	8°,56;
180;	7,04;	7,01;
160;	5,67;	5,68;
140;	4,57;	4,54;
120;	3,56;	3,56;
100;	2,74;	2,72;
80;	1,99;	2,00;
60;	1,40;	1,38;
40;	0,86;	0,85;
20.	0,39.	0,39.

Passons à la série correspondante au cas où l'enceinte est à 40°. Le coefficient précédent de $(a^t - 1)$ doit être encore multiplié par $a^{20} = 1,165$. Ainsi :

$$V = 2,766\ (a^t - 1).$$

Excès de température du thermomètre, ou valeurs de t.	Valeurs observées de V.	Valeurs calculées de V.
240°;	14°,35;	14°,44;
220;	11,98;	12,06;
200;	10,01;	9,97;
180;	8,20;	8,17;
160;	6,61;	6,62;
140;	5,32;	5,29;
120;	4,15;	4,14;
100;	3,16;	3,17;
80;	2,30;	2,33;
60.	1,62.	1,61.

Pour la série dans laquelle l'enceinte est à 60°, on aura :

$$V = 3,222\ (a^t - 1).$$

Excès de température, ou valeurs de t.	Valeurs observées de V.	Valeurs calculées de V.
200°;	11°,64;	11°,61;
180;	9,55;	9,52;
160;	7,68;	7,71;
140;	6,14;	6,16;
120;	4,84;	4,82;
100;	3,68;	3,69;
80;	2,73;	2,71;
60.	1,88.	1,87.

Enfin, quand l'enceinte est à 80°, on a :

$$V = 3,754\ (a^t - 1).$$

Excès de température, ou valeurs de t.	Valeurs observées de V.	Valeurs calculées de V.
200°;	13°,45;	13°,52;
180;	11,05;	11,09;
160;	8,95;	8,98;
140;	7,19;	7,18;
120;	5,64;	5,61;
100;	4,29;	4,30;
80;	3,18;	3,16;
60.	2,17.	2,18.

L'accord remarquable des résultats du calcul et de l'observation ne permet point de douter de l'exactitude de la loi à laquelle nous avons été conduits. Sans nous arrêter aux conséquences qui peuvent s'en déduire, et sur lesquelles nous reviendrons tout-à-l'heure, examinons tout de suite les séries de vitesse de refroidissement pour la boule argentée. Lorsque ces séries ont été calculées, nous nous sommes immédiatement aperçus, en les comparant aux séries analogues du thermomètre nu, que les vitesses de refroidissement de celui-ci étaient, pour la même température de l'enceinte et pour les mêmes excès de température du corps, proportionnelles aux vitesses correspondantes de refroidissement dans la boule à surface argentée : la formule trouvée précédemment s'appliquera donc au cas de l'argent, en conservant à a la même valeur, et en diminuant convenablement m.

Notre première observation sur le refroidissement du thermomètre argenté a été faite, θ étant égal à 20°. Nous avons trouvé qu'il fallait supposer $m=0{,}357$, et par conséquent $ma^{\theta}=0{,}416$. Donc :

$$V=0{,}416\ (a^{t}-1).$$

Excès de température, ou valeurs de t.	Valeurs observées de V.	Valeurs calculées de V.
280° ;	3°,05 ;	3°,11 ;
260 ;	2,59 ;	2,61 ;
240 ;	2,18 ;	2,18 ;
220 ;	1,83 ;	1,81 ;
200 ;	1,53 ;	1,50 ;
180 ;	1,26 ;	1,23 ;
160 ;	1,02 ;	1,00 ;
140 ;	0,81 ;	0,80 ;
120 ;	0,62 ;	0,62 ;
100 ;	0,47 ;	0,48 ;
80 ;	0,34 ;	0,35 ;
60 ;	0,24 ;	0,24 ;
40 ;	0,15 ;	0,15 ;
20.	0,07.	0,07.

Une série aussi étendue que la précédente suffirait pour prouver que la formule qui satisfait au refroidissement de la boule vitreuse dans le vide s'étend au cas de la boule argentée, en y conservant à a la même valeur. Néanmoins, pour ne négliger aucuns des moyens de vérification qui nous étaient offerts, nous avons fait varier la température de l'enceinte, et nous l'avons portée de suite à 80°. Le coefficient précédent de $(a^{t}-1)$ doit être multiplié par a^{60}; ce qui donne :

$$V=0{,}658\ (a^{t}-1).$$

Excès de température, ou valeurs de t.	Valeurs observées de V.	Valeurs calculées de V.
240° ;	3°,40 ;	3°,44 ;
220 ;	2,87 ;	2,86 ;
200 ;	2,35 ;	2,37 ;
180 ;	1,92 ;	1,94 ;
160 ;	1,56 ;	1,58 ;
140 ;	1,27 ;	1,26 ;
120 ;	0,99 ;	0,98 ;
100 ;	0,75 ;	0,76 ;
80.	0,56.	0,55.

La simplicité et la généralité de la loi que nous venons d'établir, l'exactitude avec laquelle l'observation la confirme dans une étendue de près de 300° de l'échelle thermométrique, tout nous prouve qu'elle représentera rigoureusement le progrès du refroidissement dans le vide, à toutes les températures, et pour tous les corps.

Revenons maintenant au calcul qui nous a conduit à la découverte de cette loi.

Le rayonnement total de l'enceinte y est représenté par $F(\theta)$, et nous trouvons pour sa valeur :

$$m a^{\theta} + \text{constante.}$$

Or, le point à partir duquel se comptent les températures absolues θ étant arbitraire, on peut le choisir de manière que la constante soit nulle ; ce qui réduira l'expression précédente à $m a^{\theta}$. On en conclura donc que s'il était possible d'observer le refroidissement absolu d'un corps dans le vide, c'est-à-dire, les pertes de chaleur de ce corps, sans restitution de la part des corps environnans, ce refroidissement suivrait une loi dans laquelle les vitesses croîtraient en progression géométrique, les températures croissant en progression arithmétique ; et de plus, que le rapport de cette progression géométrique serait le même pour tous les corps, quel que soit l'état de leurs surfaces.

De cette loi très-simple en elle-même, se déduit comme une conséquence celle du refroidissement réel des corps dans le vide ; loi que nous avons déjà énoncée plus haut. En effet, pour passer du premier cas à celui-ci, il suffit de tenir compte de la quantité de chaleur envoyée à chaque instant par l'enceinte ; cette quantité de chaleur sera constante si la température de l'enceinte ne varie pas ; d'où il suit que la vitesse du refroidissement réel d'un corps dans le vide doit, pour des excès de température en progression arithmétique, croître comme les termes d'une progression géométrique diminués d'un nombre constant. Ce nombre doit lui-même varier en progression géométrique quand la température de l'enceinte (dont il représente le rayonnement absolu) varie en progression

arithmétique. Ces divers résultats sont clairement exprimés dans l'équation obtenue précédemment, en y faisant $m a^{\theta} = M$. On a :

$$V = M(a^{t} - 1).$$

M est le nombre qu'on doit retrancher des différens termes de la progression géométrique exprimés par $M a^{t}$, et l'on voit en outre que ce nombre M est lié avec θ par la relation énoncée plus haut.

Puisque la valeur de a est indépendante de la nature de la surface, il en résulte que la loi du refroidissement dans le vide est la même pour tous les corps ; en sorte que les pouvoirs rayonnans de diverses substances conservent les mêmes rapports à toutes les températures. Nous avons trouvé ce rapport égal à 5,7, en comparant le verre à l'argent ; ce résultat est un peu moindre que celui de M. Leslie ; mais cela tient sans doute à ce que la surface argentée de notre thermomètre était mate, tandis que M. Leslie a employé de l'argent poli.

On voit aussi, dans l'hypothèse qui nous a donné la loi du rayonnement absolu, qu'il faudrait faire $\theta = \infty$ pour rendre la vitesse nulle ; ce qui fixe le *zéro* absolu à l'infini. Cette opinion, rejetée par un grand nombre de physiciens parce qu'elle conduisait à regarder comme infinie la quantité de chaleur contenue dans les corps, en supposant leur capacité constante, devient au contraire vraisemblable, maintenant qu'on sait que les chaleurs spécifiques diminuent à mesure que la température s'abaisse. En effet, la loi de cette diminution peut être telle que l'intégrale des quantités de chaleur prise jusqu'à une température infiniment basse ait cependant une valeur finie.

La loi du refroidissement telle que nous venons de la présenter, et telle qu'on peut l'observer dans le vide, se rapporte uniquement aux vitesses de refroidissement estimées par l'abaissement de température qu'indiquerait un thermomètre à air. L'on peut voir, par la correspondance de toutes les échelles thermométriques précédemment exposée, qu'en se servant de tout autre thermomètre, les relations entre les températures et les vitesses de refroidissement perdraient ce caractère de simplicité et de généralité que nous leur avons trouvé, et qui est l'attribut ordinaire des lois de la nature. Si les capacités des corps pour la chaleur étaient constantes lorsqu'on les détermine avec ce même thermomètre, la loi précédente donnerait encore l'expression des quantités de chaleur perdues, en fonction des températures correspondantes. Mais comme nous avons prouvé que le calorique spécifique des corps n'est constant dans aucune échelle thermométrique, on voit que pour passer à ces pertes réelles de chaleur, il faut admettre un élément de plus, savoir : la variation de capacité des corps soumis à l'observation. En considérant la question sous ce point de vue, il faudrait donc connaître d'abord la loi des capacités pour un certain corps, et déterminer ensuite par des observations directes les quantités de chaleur perdues par ce même corps, à des termes fixes de températures indiquées par le thermomètre à air. Alors, en multipliant les vitesses de refroidissement déduites de la loi précédente, par les capacités correspondantes, on représenterait les pertes absolues de chaleur. Ce n'est pas dans l'intervalle des deux ou trois cents premiers degrés de l'échelle centigrade que l'on peut espérer de vérifier

l'exactitude de ces conséquences. La variation des capacités ne commençant à devenir très-sensible qu'au delà de ce terme, il faudrait pouvoir observer à des températures de 5 à 600°. On conçoit facilement toute la difficulté d'un pareil genre d'expérience. Cependant nous avons réussi à construire des appareils qui réunissent toutes les conditions desirables, et nous avons déjà fait un grand nombre d'observations relatives à ce sujet; mais comme nos résultats ne présentent point encore toute la régularité que nous pouvons espérer de leur donner, nous nous déterminons d'autant plus volontiers à en différer la publication, que la question qu'ils doivent résoudre n'est point comprise dans le programme.

Le moyen que M. Leslie a employé pour mesurer les pouvoirs émissifs des surfaces de différente nature est très-propre à faire connaître les quantités de chaleur rayonnante perdues par un corps à toutes les températures. On sait que ce moyen consiste à évaluer le rayonnement d'un corps par le réchauffement d'un thermomètre à air ou à mercure placé à une certaine distance du corps chaud, et que pour rendre les effets plus sensibles, ce thermomètre est situé au foyer d'un réflecteur.

C'est en se servant de cet appareil, que Laroche est parvenu au résultat que nous avons précédemment rappelé. Parmi les séries d'observations faites par ce moyen, il s'en trouve une qui s'étend, à la vérité, à des températures très-élevées; mais elle ne peut être d'aucune utilité, parce que les températures ont été déterminées par un procédé fondé sur la supposition que les capacités étaient constantes : les nombres qui représentent les pertes de chaleur sont d'ailleurs affectés d'une autre erreur qui provient de ce que le réchauffement de son thermomètre focal était trop grand, pour que déjà l'inexactitude de la loi de Newton ne fût très-sensible. Mais pour faire voir que notre loi satisfait aux observations faites par ce procédé quand elles sont débarrassées des causes d'erreurs dont nous venons de parler, nous l'appliquerons aux séries rapportées dans le même Mémoire, et qui ne sortent point des limites où la variation de capacité n'exerce qu'une influence inappréciable. Ces séries sont celles du rayonnement d'un creuset de fer plein de mercure. Ici, la température du corps n'ayant pas excédé 200°, on peut supposer la chaleur spécifique constante. On peut pareillement négliger la correction que le thermomètre à mercure doit subir pour le ramener au thermomètre à air, parce que cette correction est très-faible, et qu'il est probable qu'elle se trouve plus que compensée, puisque la tige du thermomètre employé par Laroche ne pouvait pas plonger en entier dans le creuset de mercure.

Au lieu de prendre chacune des séries rapportées par ce physicien, nous en avons pris en quelque sorte les moyennes à l'aide de la formule par laquelle M. Biot a représenté ces observations; formule qui se trouve page 634 du 4me volume de son *Traité de Physique*. Les nombres que nous donnons comme résultat de l'observation sont donc déduits de la formule de M. Biot. Pour les représenter à l'aide de notre loi, il faut faire V, qui représente ici le rayonnement égal à :

$$4{,}24\ (a^t - 1).$$

t étant l'excès de température du creuset, et a un

nombre constant que nous avons trouvé précisément égal à 1,0077.

Valeurs de t.	Valeurs observées de V.	Valeurs calculées de V.
200°;	15°,33;	15°,29;
180;	12,51;	12,52;
160;	10,09;	10,15;
140;	8,04;	8,11;
120;	6,30;	6,36;
100;	4,84;	4,86;
80;	3,60;	3,58;
60.	2,54.	2,47.

Cette dernière série fournit par son accord, avec notre loi, une nouvelle preuve que le nombre a ne dépend ni de la masse ni de l'état de la surface du corps, puisque nous lui retrouvons ici la même valeur que dans nos expériences sur le refroidissement dans le vide des surfaces vitreuses et argentées.

On peut déduire aisément de l'expression de la vitesse du refroidissement dans le vide, la relation qui lie les températures et le temps; en effet, en désignant le temps par x, on a :

$$V = -\frac{dt}{dx} = M\ (a^t - 1).$$

M étant un coefficient constant qui dépend seulement de la température de l'enceinte, on en conclut :

$$dx = \frac{-dt}{M(a^t - 1)}.$$

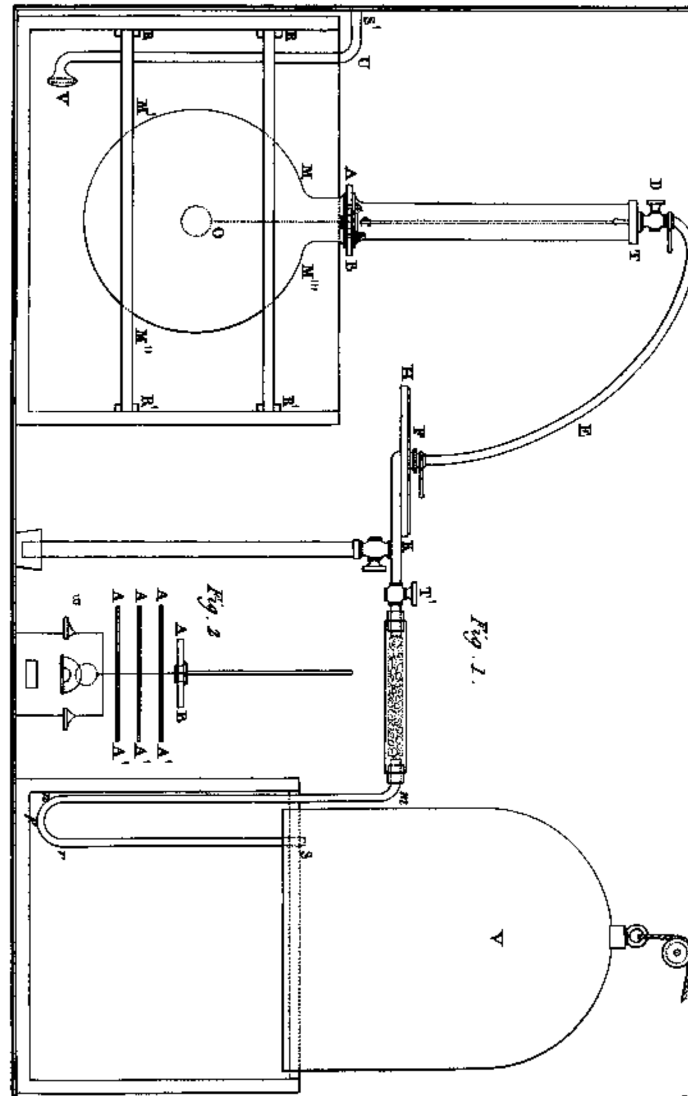
Et :

$$x = \frac{1}{M \log. a}\left(\log. \frac{a^t - 1}{a^t}\right) + \text{const.}$$

La constante arbitraire et le nombre M se détermineront dans chaque cas particulier lorsqu'on aura observé les valeurs de t, répondant à deux valeurs connues du temps x.

Si l'on supposait t assez petit pour que, eu égard à la petitesse du logarithme de a, on pût se borner aux termes de la première puissance dans le développement de a^t, on retomberait dans la loi de Newton.

(*La fin au Cahier prochain.*)



Pl. 1 Tome VII. Annales de Chimie et de Physique.

SUITE

Des Recherches sur la Mesure des Températures, et sur les Lois de la communication de la chaleur.

Par MM. DULONG et PETIT.

Du Refroidissement dans l'air et dans les gaz.

Les lois du refroidissement dans le vide étant connues, rien n'est plus simple que de séparer du refroidissement total d'un corps environné d'air ou d'un autre gaz la portion de l'effet due au contact du fluide : il suffit évidemment pour cela de retrancher des vitesses de refroidissement réelles celles qui auraient lieu si, toutes choses égales d'ailleurs, le corps était placé dans le vide. Cette soustraction peut très-aisément s'opérer maintenant que nous avons une formule qui représente ces vitesses avec une grande exactitude et pour tous les cas possibles. Nous pouvons donc déterminer l'énergie du refroidissement dû au seul contact des fluides, et telle qu'elle s'observerait immédiatement si les corps pouvaient être privés de la faculté de rayonner. Cette partie de notre travail exigeait un nombre très-considérable d'expériences, puisque les lois que nous cherchions à découvrir devaient être étudiées sur des gaz différens, et, pour chacun d'eux, à des pressions et à des températures diverses. Chaque expérience a été faite et calculée comme nous l'avons expliqué plus haut : aussi nous borneronsnous encore à rapporter les résultats moyens de ces diverses observations.

La première question dont nous devions nous occuper était de rechercher si les modifications de la surface des corps, qui exercent sur le rayonnement une si puissante influence, apporteraient aussi quelque changement dans les pertes de chaleur occasionnées par le contact des fluides. Il suffisait pour cela d'observer le refroidissement de notre thermomètre dans un gaz d'une élasticité et d'une température déterminées, d'abord en conservant à la boule sa surface vitreuse et naturelle, et ensuite en la recouvrant d'une feuille d'argent.

De toutes les expériences qui ont eu cette comparaison pour objet, nous ne citerons que les deux suivantes :

Dans la première, nous avons observé le refroidissement du plus gros de nos deux thermomètres dans le ballon contenant de l'air à la pression de $0^m,72$ et à la température de 20°.

Premier cas. Le thermomètre ayant sa surface naturelle.

Excès de température du thermomètre à surface vitreuse.	Vitesses totales de refroidissement de ce thermomètre.	Vitesses de refroidissement qui auraient lieu dans le vide.	Différences, ou vitesses de refroidissem. dues à l'air seul.
200° ;	14°,04 ;	8°,56 ;	5°,48 ;
180 ;	11,76 ;	7,01 ;	4,75 ;
160 ;	9,85 ;	5,68 ;	4,17 ;
140 ;	8,05 ;	4,54 ;	3,51 ;
120 ;	6,46 ;	3,56 ;	2,90 ;
100.	4,99.	2,72.	2,27.

Deuxième cas. Le thermomètre ayant sa surface argentée.

Excès de température du thermomètre à surface argentée.	Vitesses totales de refroidissement de ce thermomètre.	Vitesses de refroidissement qui auraient lieu dans le vide.	Différences, ou vitesses de refroidissem. dues à l'air seul.
200° ;	6°,93 ;	1°,50 ;	5°,43 ;
180 ;	6,02 ;	1,23 ,	4,79 ;
160 ;	5,19 ;	1,00 ;	4,19 ;
140 ;	4,32 ;	0,80 ;	3,52 ;
120 ;	3,50 ;	0,62 ;	2,88 ;
100.	2,80.	0,48.	2,32.

On voit, en comparant les dernières colonnes des deux tableaux précédens, que les nombres correspondans ne présentent que des différences très-petites qu'on doit raisonnablement attribuer aux erreurs des expériences. L'air enlève donc, toutes choses égales d'ailleurs, la même quantité de chaleur aux surfaces vitreuses et aux surfaces métalliques.

Les deux tableaux suivans renferment tous les élémens d'une comparaison semblable faite sur le gaz hydrogène : on a seulement substitué le petit thermomètre au grand.

L'expérience a été faite à 20°, le gaz ayant une élasticité de $0^m,74$.

Premier cas. Le thermomètre ayant sa surface naturelle.

Excès de température du thermomètre à surface vitreuse.	Vitesses totales de refroidissement de ce thermomètre.	Vitesses de refroidissement qui auraient lieu dans le vide.	Différ. ou vitess. de refroidissem. dues à l'hydrog. seul.
80° ;	22°,96 ;	5°,03 ;	17°,93 ;
60 ;	16,14 ;	3,54 ;	12,60 ;
40 ;	9,87 ;	2,18 ;	7,69 ;
20.	4,28.	0,95.	3,33.

Deuxième cas. Le thermomètre ayant sa surface argentée.

Excès de température du thermomètre à surface argentée.	Vitesses totales de refroidissement de ce thermomètre.	Vitesses de refroidissement qui auraient lieu dans le vide.	Différ. ou vitess. de refroidissem. dues à l'hydrog. seul.
80° ;	19°,59 ;	1°,77 ;	17°,82 ;
60 ;	13,97 ;	1,29 ;	12,68 ;
40 ;	8,62 ;	0,87 ;	7,75 ;
20.	3,74.	0,37.	3,37.

Cette comparaison donne pour l'hydrogène un résultat semblable à celui de l'air. L'égalité dont il s'agit se trouvant ainsi vérifiée pour des surfaces qui diffèrent autant que le verre et l'argent par leurs pouvoirs émissifs, et pour des gaz aussi différens que l'air et l'hydrogène, il est naturel de généraliser ce résultat et d'en déduire la loi suivante : *Les pertes de chaleur dues au contact d'un gaz sont, toutes choses égales d'ailleurs, indépendantes de l'état de la surface du corps qui se refroidit.*

Cette loi remarquable de la communication de la chaleur a déjà été admise par M. Leslie ; mais cet habile physicien ne l'a présentée que comme une conséquence vraisemblable de deux expériences indirectes, qui se réduisent à prouver que l'état de la surface n'a plus qu'une influence très-faible sur la durée du refroidissement total dans les circonstances où le rayonnement ne peut plus contribuer, que pour une portion très-petite, à la perte de chaleur. C'est, par exemple, ce qui a lieu lorsqu'un corps échauffé est exposé à un vent très-violent, ou bien lorsqu'il est plongé dans un liquide. Quelqu'ingénieuses que soient de pareilles expériences, elles ne suppléent jamais complètement à des observations directes ; et dans

le cas dont il s'agit, n'aurait-il pas été possible, par exemple, de supposer qu'une propriété reconnue à l'air animé d'une grande vitesse ne s'appliquerait qu'avec des restrictions à l'air en repos ? Ce doute serait encore plus fondé, ou plutôt il se changerait en certitude, si l'on admettait avec M. Leslie que l'air en repos enlève aux corps leur chaleur par deux moyens très-différens, savoir : par une propriété conductrice, telle qu'on la conçoit dans les solides, et par le renouvellement du fluide dû au courant ascendant. Notre procédé, en nous permettant d'abord de constater une pareille loi dans les différens gaz, dissipe en outre tous les doutes que laissaient subsister encore les expériences de M. Leslie. C'est une des occasions où l'on peut le mieux juger des avantages de la méthode uniforme dont nous avons fait usage.

Le principe que nous venons d'établir étant bien vérifié, nous avons pu nous borner, dans la suite de notre travail, à observer le refroidissement du thermomètre à boule nue dans l'air et dans les différens gaz. Désormais nous ne rapporterons plus dans nos tableaux que les effets dûs seulement au contact du gaz : ils ont toujours été calculés, comme nous l'avons dit précédemment, en retranchant des vitesses totales de refroidissement celles qui auraient eu lieu dans les mêmes circonstances si le thermomètre se fût refroidi dans le vide.

Nous allons maintenant entrer dans l'examen des diverses circonstances qui peuvent modifier l'action des fluides élastiques dans la production du phénomène qui nous occupe. Nous étudierons l'influence de chacune de ces causes d'abord sur l'air, ensuite sur l'hydrogène, l'acide carbonique et le gaz oléfiant. On a fait choix des deux premiers à raison de la grande différence de leurs propriétés physiques. L'air et le gaz oléfiant offraient, au contraire, le rapprochement curieux de deux gaz de densités presqu'égales, mais de composition chimique très-différente.

L'exemple de l'influence qu'a sur le refroidissement dans le vide la température plus ou moins élevée de l'enceinte nous a naturellement conduits à examiner, en premier lieu, si la température du gaz ne produirait pas un effet analogue sur les quantités de chaleur qu'il enlève. Il est inutile de dire que de pareilles expériences n'avaient point encore été tentées, les physiciens qui se sont occupés de questions de ce genre ayant toujours supposé que les vitesses de refroidissement ne dépendent que des excès de température.

Sans nous arrêter au détail de nos premières tentatives, nous rapporterons tout de suite les tableaux où la loi se manifeste d'elle-même. Dans les expériences dont il s'agit, on a fait varier la température du gaz en échauffant convenablement l'eau du ballon; mais on laissait en même temps le gaz se dilater, de manière qu'il conservât, dans chaque cas, la même élasticité. Le tableau suivant contient les résultats d'une pareille série d'observations faites sur l'air.

Excès de température du thermomètre sur l'air environnant.	Vitesses de refroidiss. dues au contact seul de l'air à la pression $0^{m},72$, et à la temp. 20°.	Vitesses de refroidiss. dues au contact seul de l'air à la pression $0^{m},72$, et à la temp. 40°.	Vitesses de refroidiss. dues au contact seul de l'air à la pression $0^{m},72$, et à la temp. 60°.	Vitesses de refroidiss. dues au contact seul de l'air à la pression $0^{m},72$, et à la temp. 80°.
200° ;	5°,48 ;	5°,46 ;	. . . .	. . . .
180 ;	4,75 ;	4,70 ;	4°,79 ;	. . . .
160 ;	4,17 ;	4,16 ;	4,20 ;	4°,13 ;
140 ;	3,51 ;	3,55 ;	3,55 ;	3,49 ;
120 :	2,90 ;	2,93 ;	2,94 ;	2,88 ;
100 ;	2,27 ;	2,28 ;	2,24 ;	2,25 ;
80 ;	1,77 ;	1,73 ;	1,71 ;	1,78 ;
60.	1,23.	1,19.	1,18.	1,20.

L'inspection seule de ce tableau nous montre que les vitesses de refroidissement sont restées les mêmes dans chacune des quatre séries pour les mêmes excès de température. Cette loi simple était trop importante pour qu'on ne cherchât pas à la vérifier sur d'autres gaz. Le tableau suivant offre une comparaison semblable pour le gaz hydrogène, qu'on a porté successivement à 20°, 40°, 60°, 80°. La tension a été, dans chacune des expériences, de $0^{m},72$.

Excès de température du thermomètre sur le gaz environnant.	Vitesses de refroidiss. dues au contact seul du gaz sous la press. $0^{m},72$, à la temp. 20°.	Vitesses de refroidiss. dues au contact seul du gaz sous la press. $0^{m},72$, à la tempér. 40°.	Vitesses de refroidiss. dues au contact seul du gaz à la pression $0^{m},72$, à la tempér. 60°.	Vitesses de refroidiss. dues au contact seul du gaz à la pression $0^{m},72$, à la tempér. 80°.
160° ;	14°,26 ;	14°,08 ;	14°,18 ;	. . . .
140 ;	12,11 ;	12,16 ;	12,12 ;	12°,08 ;
120 ;	10,10 ;	10,13 ;	10,20 ;	10,19 ;
100 ;	7,98 ;	7,83 ;	8,03 ;	8,05 ;
80 ;	6,06 ;	5,97 ;	6,01 ;	6,00 ;
60.	4,21.	4,17.	4,18.	4,20.

Ce tableau conduit à la même conséquence que le précédent. Pour faire voir qu'elle s'étend à tous les gaz, quelles que soient leur nature et leur densité, nous réunissons ici les résultats d'expériences semblables sur l'acide carbonique, à la pression $0^m,72$, et sur l'air dilaté, à la pression $0^m,36$.

Excès de température du thermomètre sur les gaz environnans.	Vitesses de refroidiss. dues au contact seul de l'acide carbonique sous la press. $0^m,72$, et temp. 20°.	Vitesses de refroidiss. dues au contact seul de l'acide carbonique sous la press. $0^m,72$, et temp. 40°.	Vitesses de refroidiss. dues au contact seul de l'acide carbonique sous la press. $0^m,72$, et temp. 60°.	Vitesses de refroidiss. dues au contact seul de l'acide carbonique sous la press. $0^m,72$, et temp. 80°.
200°;	5°,25;	5°,17;	....	....
180;	4,57;	4,63;	4°,52;	....
160;	4,04;	4,06;	3,97;	4°,10;
140;	3,39;	3,39;	3,34;	3,43;
120;	2,82;	2,80;	2,79;	2,83;
100.	2,22.	2,18.	2,21.	2,20.

Excès de température du thermomètre sur l'air environnant.	Vitesses de refroidiss. dues au contact seul de l'air sous la press. $0^m,36$, et temp. 20°.	Vitesses de refroidiss. dues au contact seul de l'air sous la press. $0^m,36$, et temp. 40°.	Vitesses de refroidiss. dues au contact seul de l'air sous la press. $0^m,36$, et temp. 60°.	Vitesses de refroidiss. dues au contact seul de l'air sous la press. $0^m,36$, et temp. 80°.
200°;	4°,01;	4°,10;	....	....
180;	3,52;	3,50;	3°,55;	....
160;	3,03;	2,99;	3,04;	3°,09;
140;	2,62;	2,57;	2,62;	2,66;
120;	2,12;	2,16;	2,14;	2,15;
100.	1,69.	1,71.	1,67.	1,73.

De toutes ces comparaisons, on peut déduire la loi suivante :

La vitesse de refroidissement d'un corps, due au contact seul d'un gaz, dépend, pour un même excès de température, de la densité et de la température du fluide; mais cette dépendance est telle que la vitesse du refroidissement reste la même si la densité et la température du gaz changent de manière que l'élasticité reste constante.

Dans les recherches sur le refroidissement par les gaz, on peut, d'après cela, n'avoir égard qu'à leur élasticité : c'est donc l'influence de ce dernier élément qu'il s'agit d'apprécier.

Pour y parvenir, nous avons déterminé, pour chaque gaz, à des élasticités différentes, les vitesses de refroidissement pour les mêmes excès de température; nous ne rapporterons de chacune de ces séries d'expériences que ce qui sera nécessaire pour mettre en évidence la loi à laquelle nous sommes parvenus.

Commençons par l'air.

Le tableau suivant renferme les vitesses correspondantes de refroidissement dues au contact de l'air seul, sous les pressions $0^m,72$..... $0^m,36$..... $0^m,18$..... $0^m,09$..... $0^m,045$, c'est-à-dire, sous des pressions décroissant comme les nombre $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}$.

Excès du tempér. du thermomèt. sur l'air environn.	Vitesses de refroidiss. dues au contact seul de l'air à la pression $0^m,72$.	Vitesses de refroidiss. dues au contact seul de l'air à la pression $0^m,36$.	Vitesses de refroidiss. dues au contact seul de l'air à la pression $0^m,18$.	Vitesses de refroidiss. dues au contact seul de l'air à la pression $0^m,09$.	Vitesses de refroidiss. dues au contact seul de l'air à la pression $0^m,045$.
200°;	5°,48;	4°,01;	2°,95;	2°,20;	1°,59;
180;	4,75;	3,52;	2,61;	1,90;	1,37;
160;	4,17;	3,03;	2,21;	1,62;	1,20;
140;	3,51;	3,62;	1,91;	1,40;	1,02;
120;	2,90;	2,12;	1,57;	1,15;	0,84;
100;	2,27;	1,69;	1,23;	0,90;	0,65;
80;	1,77;	1,29;	0,96;	0,70;	0,52;
60;	1,23;	0,90.	0,65.	0,48.	0,35.
40;	0,75;				
20.	0,32.				

Si l'on prend les rapports des nombres correspondans de la deuxième et de la troisième colonne, on trouve que leurs valeurs, en commençant par le haut, sont :

1,37... 1,35... 1,37... 1,34... 1,37... 1,34... 1,37... 1,36.

On a pareillement pour les rapports entre les nombres contenus dans la troisième et quatrième colonne :

1,36... 1,35... 1,37... 1,37... 1,35... 1,37... 1,34... 1,37.

Pour les rapports entre les nombres de la quatrième et de la cinquième colonne :

1,34... 1,37... 1,36... 1,36... 1,37... 1,36... 1,37... 1,35.

Enfin, on trouve, en divisant les termes de la cinquième colonne par ceux de la sixième :

1,38... 1,38... 1,35... 1,37... 1,36... 1,37... 1,35... 1,37.

Les petites irrégularités que présentent tous ces rapports répondant, dans les nombres qui ont servi pour les déterminer, à des différences moindres que les incertitudes des observations, nous sommes en droit d'en tirer les conclusions suivantes :

1°. *La loi suivant laquelle la vitesse de refroidissement par le contact de l'air varie avec les excès de température, reste la même, quelle que soit l'élasticité de l'air.*

2°. *L'élasticité de l'air variant en progression géométrique, son pouvoir refroidissant change aussi en progression géométrique, de telle manière que quand le rapport de la première progression géométrique est 2, celui de la seconde est 1,366, moyenne entre tous les nombres rapportés plus haut.*

On pensera facilement que ce n'est qu'après beaucoup d'essais que nous avons reconnu la loi que nous venons d'énoncer ; mais une fois vérifiée pour l'air, il était naturel de l'essayer sur les autres gaz : nous allons rapporter les tableaux d'observations relatifs à chacun d'eux.

Commençons par l'hydrogène.

Excès de tempér. du thermomèt. sur les gaz environn.	Vitesses de refroidiss. dues au contact seul de l'hydrog. sous la pression 0m,72.	Vitesses de refroidiss. dues au contact seul de l'hydr. sous la pression 0m,36.	Vitesses de refroidiss. dues au contact seul de l'hydr. sous la pression 0m,18.	Vitesses de refroidiss. dues au contact seul de l'hydr. sous la pression 0m,09.	Vitesses de refroidiss. dues au contact seul de l'hydr. sous la pression 0m,045.
180° ;	16°,59 ;	12°,86 ;	9°,82 ;	7°,49 ;	5°,81 ;
160 ;	14,26 ;	10,97 ;	8,37 ;	6,49 ;	4,95 ;
140 ;	12,11 ;	9,24 ;	7,11 ;	5,47 ;	4,24 ;
120 ;	10,10 ;	7,83 ;	5,99 ;	4,64 ;	3,51 ;
100 ;	7,98 ;	6,23 ;	4,72 ;	3,63 ;	2,80 ;
80 ;	6,06 ;	4,62 ;	3,58 ;	2,77 ;	2,09 ;
60.	4,21.	3,21.	2,48.	1,88.	1,46.

Les rapports entre les nombres de la deuxième et la troisième colonne sont :

1,29.... 1,30.... 1,31.... 1,29.... 1,28.... 1,31.... 1,31.

Les rapports entre les nombres de la troisième et de la quatrième colonne sont :

1,31.... 1,31.... 1,30.... 1,31.... 1,32.... 1,29.... 1,29.

Les rapports des nombres de la quatrième et de la cinquième colonne sont :

1,31.... 1,29.... 1,30.... 1,29.... 1,30.... 1,29.... 1,32.

Les rapports des nombres de la cinquième et de la sixième colonne sont :

1,29.... 1,31.... 1,29.... 1,32.... 1,30.... 1,32.... 1,29.

L'égalité presque parfaite de ces nombres nous fournit donc un résultat analogue à celui qui est relatif à l'air. Ainsi :

1°. *La loi suivant laquelle les vitesses de refroidissement dues au contact seul de l'hydrogène dépendent des excès de température, est la même, quelle que soit l'élasticité de ce gaz.*

2°. *Le pouvoir refroidissant de l'hydrogène décroît suivant une progression géométrique dont le rapport est* 1,301, *quand son élasticité diminue en progression géométrique, dont le rapport est* 2.

Nous sommes arrivés aux mêmes conséquences pour l'acide carbonique et le gaz oléfiant. On peut aisément les vérifier dans les deux tableaux suivans, disposés pour chacun de ces gaz, comme ceux que nous avons rapportés plus haut pour l'air et l'hydrogène.

Excès de tempér. du thermomèt. sur l'acide carbonique environ.	Vitesses de refroidiss. dues au contact seul de l'acide carbonique à la press. $0^{m},72$.	Vitesses de refroidiss. dues au contact seul de l'acide carbonique à la press. $0^{m},36$.	Vitesses de refroidiss. dues au contact seul de l'acide carbonique à la press. $0^{m},18$.	Vitesses de refroidiss. dues au contact seul de l'acide carbonique à la press. $0^{m},09$.	Vitesses de refroidiss. due au contact seul de l'acide carbonique à la press. $0^{m},045$.
200°;	5°,25;	3°,64;	2°,56;	1°,79;	1°,25;
180;	4,57;	3,22;	2,25;	1,56;	1,09;
160;	4,04;	2,80;	1,97;	1,37;	0,95;
140;	3,39;	2,38;	1,65;	1,17;	0,80;
120;	2,82;	1,97;	1,36;	0,95;	0,67;
100;	2,22;	1,55;	1,08;	0,76;	0,52;
80;	1,69;	1,17;	0,82;	0,57;	0,40;
60.	1,18.	0,82.	0,57.	0,40.	0,28.

Excès de tempér. du thermomèt. sur le gaz oléfiant environ.	Vitesses de refroidiss. dues au contact seul du gaz oléfiant à la press. $0^{m},72$.	Vitesses de refroidiss. dues au contact seul du gaz oléfiant à la press. $0^{m},36$.	Vitesses de refroidiss. dues au contact seul du gaz oléfiant à la press. $0^{m},18$.	Vitesses de refroidiss. dues au contact seul du gaz oléfiant à la press. $0^{m},09$.	Vitesses de refroidiss. dues au contact seul du gaz oléfiant à la press. $0^{m},045$.
200°;	7°,41;	5°,18;	3°,64;	2°,58;	1°,84;
180;	6,45;	4,57;	3,17;	2,22;	1,59;
160;	5,41;	3,86;	2,72;	1,89;	1,34;
140;	4,70;	3,31;	2,35;	1,63;	1,18;
120;	3,84;	2,76;	1,92;	1,35;	0,96;
100;	3,12;	2,21;	1,55;	1,08;	0,78;
80.	2,34.	1,62.	1,15.	0,79.	0,62.

Moyenne de tous les rapports.

Pour l'acide carbonique = 1,431;
Pour le gaz oléfiant = 1,415.

On peut donc, de tout ce qui précède, tirer les conséquences suivantes :

1°. *Les pertes de chaleur dues au contact d'un gaz croissent avec les excès de température, suivant une loi qui reste la même, quelle que soit l'élasticité du gaz.*

2°. *Les pouvoirs refroidissans d'un même gaz varient en progression géométrique, les élasticités variant elles-mêmes en progression géométrique ; et si l'on suppose le rapport de cette seconde progression égal à* 2, *le rapport de la première sera* 1,366 *pour l'air ;* 1,301 *pour l'hydrogène ;* 1,431 *pour l'acide carbonique, et* 1,415 *pour le gaz oléfiant.* Ce résultat peut encore être énoncé d'une manière plus simple, et à laquelle on est conduit par le calcul suivant.

Si l'on appelle P le pouvoir refroidissant de l'air à la pression p, ce pouvoir deviendra P (1,366) à la pression $2p$; $P\,(1{,}366)^2$ à la pression $4p$; et enfin, à une pression $p.\,2^n$, il serait $P\,(1{,}366)^n$, faisant $p.\,2^n = p'$ et $P\,(1{,}366)^n = P'$. On aura évidemment, en éliminant n:

$$\frac{\text{Log. } P' - \text{log. } P.}{\text{Log. } (1{,}366).} = \frac{\text{Log. } p' - \text{log. } p}{\text{Log. } 2.}$$

D'où, en remontant aux nombres :

$$\frac{P'}{P} = \left(\frac{p'}{p}\right)^{0{,}45.}$$

On trouverait pareillement pour l'hydrogène :

$$\frac{P'}{P} = \left(\frac{p'}{p}\right)^{0{,}38.}$$

Pour l'acide carbonique, l'exposant serait 0,517, et pour le gaz oléfiant, 0,501.

De là, on conclut que le pouvoir refroidissant d'un gaz est, toutes choses égales d'ailleurs, proportionnel à une certaine puissance de son élasticité ; mais que l'exposant de cette puissance varie d'un gaz à un autre. Il est 0,38 pour l'hydrogène, 0,45 pour l'air, 0,517 pour l'acide carbonique, et 0,501 pour le gaz oléfiant. Ces trois derniers nombres différant peu de 0,5, on peut dire que, dans les gaz auxquels ils se rapportent, le pouvoir refroidissant est à-peu-près proportionnel à la racine carrée de l'élasticité.

Si l'on compare la loi que nous venons d'énoncer aux lois approximatives proposées sur le même sujet, mais dans le cas de l'air seulement, par MM. Leslie et Dalton, on pourra juger de l'erreur dans laquelle les ont entraînés l'inexactitude des suppositions qui servent de base à tous leurs calculs, et le peu de précision que com-

portent les procédés dont ils ont fait usage. En effet, le premier, par des expériences photométriques, calculées au moyen de la loi de Newton, trouve le pouvoir refroidissant de l'air proportionnel à la racine cinquième de la densité, et M. Dalton le trouve proportionnel à la racine cubique, en supposant, comme il le fait par-tout, la loi du refroidissement total la même pour tous les corps et dans tous les gaz.

Maintenant qu'on connaît l'influence qu'exerce sur le refroidissement la température et la densité du gaz dans lequel il a lieu, il reste à découvrir comment, pour un état donné d'un fluide, les vitesses de refroidissement dépendent des excès de température.

Nous avons déjà reconnu que la loi qui exprime cette dépendance reste la même pour un même gaz lorsque son élasticité vient à changer. Voyons maintenant ce qui arrive quand on passe d'un gaz à un autre, et pour cela reprenons, dans les tableaux précédens, les vitesses de refroidissement dues au contact seul de l'air, de l'hydrogène, de l'acide carbonique et du gaz oléfiant, les quatre fluides étant sous la pression 0,72.

Excès de température du thermomètre sur le fluide environnant.	Vitesses de refroidiss. dues au contact seul de l'air sous la press. $0^m,72$.	Vitesses de refroidiss. dues au contact seul de l'hydrog. sous la press. $0^m,72$.	Vitesses de refroidiss. dues au contact seul de l'ac. carb. sous la press. $0^m,72$.	Vitesses de refroidiss. dues au contact seul du gaz oléfiant sous la press. $0^m,72$.
200° ;	5°,48 ;	. . . .	5°,25 ;	7°,41 ;
180 ;	4,75 :	16°,59 ;	4,57 ;	6,45 ;
160 ;	4,17 ;	14,26 ;	4,04 ;	5,41 ;
140 ;	3,51 ;	12,11,	3,39 ;	4,70 ;
120 ;	2,90 ;	10,10 ;	2,82 ;	3,84 ;
100 ;	2,27 ;	7,98 ;	2,22 ;	3,12 ;
80.	1,77.	6,06.	1,69.	2,34.

En divisant les nombres de la troisième colonne par ceux de la seconde, on trouve, pour les rapports entre les pertes par l'hydrogène et les pertes par l'air :

3,49..... 3,42..... 3,45..... 3,48..... 3,51..... 3,43.

Et comme il suffirait, pour rendre ces rapports égaux, d'altérer les vitesses qui ont servi à les déterminer, de quantités au-dessous des limites d'incertitude que comportent toujours les observations, on peut en conclure que la loi cherchée est la même pour l'hydrogène et pour l'air.

On arrivera à une conséquence semblable pour les deux autres gaz, en prenant les rapports des vitesses de refroidissement qu'ils produisent, aux vitesses correspondantes produites par l'air ; on trouve pour l'acide carbonique la série de nombres :

0,958... 0,962.... 0,968... 0,965... 0,972... 0,977... 0,955.

Et pour le gaz oléfiant :

1,35... 1,36... 1,30... 1,33... 1,32... 1,37... 1,32.

La loi du refroidissement produit par le seul contact d'un gaz est donc indépendante de la nature et de la densité de ce gaz, et la comparaison de l'une quelconque des séries rapportées plus haut, avec une série analogue de refroidissement dans le vide, montre avec évidence que la loi que nous cherchons diffère de celle du rayonnement. Après un grand nombre de tentatives dont il serait superflu de rendre compte, nous avons trouvé que les vitesses de refroidissement dues au contact seul d'un gaz varient, avec les excès de température du corps, suivant une loi analogue à celle qui lie le pouvoir refroidissant d'un fluide à son élasticité, c'est-à-dire, que les quantités de chaleur qu'un gaz enlève à un corps croissent en progression géométrique, les excès de température de ce corps croissant aussi en progression géométrique. Le rapport de cette dernière progression étant 2, celui de la première est 2,35 ; on en déduit aussi, par un calcul semblable à ceux que nous avons fait précédemment, que les pertes de chaleur dues au contact d'un gaz sont proportionnelles aux excès de température du corps, élevés à la puissance 1,233.

Pour mettre à même de juger de l'exactitude de cette loi, nous rapporterons, dans le tableau suivant, les vitesses de refroidissement produites par le contact de l'air à 0^m,72 de pression, la deuxième colonne contenant les valeurs observées de ces vitesses, et la troisième leurs valeurs déduites de la loi que nous venons d'énoncer.

Excès de température.	Vitesses observées.	Vitesses calculées.
200° ;	5°,48 ;	5°,45 ;
180 ;	4,75 ;	4,78 ;
160 ;	4,17 ;	4,14 ;
140 ;	3,51 ;	3,51 ;
120 ;	2,90 ;	2,91 ;
100 ;	2,27 ;	2,31 ;
80 ;	1,77 ;	1,76 ;
60 ;	1,23 ;	1,24 ;
40 ;	0,77 ;	0,75 ;
20.	0,33.	0,32.

Il est inutile de rapporter les comparaisons semblables que nous avons faites sur les autres gaz, et chacune des pressions auxquelles nous avons opéré ; car nous avions reconnu plus haut que les séries relatives à chacun d'eux suivent exactement la même loi que pour l'air, et que cette loi s'observe à toutes les pressions. Au reste, les comparaisons dont nous parlons nous ont donné des résultats aussi satisfaisans que la précédente, et c'est d'ailleurs ce qu'on peut vérifier immédiatement sur chacune des séries d'observation que nous avons fait connaître.

Pour obtenir actuellement une expression générale de la vitesse de refroidissement due au contact d'un fluide, il est nécessaire de rassembler toutes les lois particulières que nous venons d'établir. Or, la première nous apprend que l'état de la surface du corps n'a aucune influence sur la quantité de chaleur qu'un fluide lui enlève, et la seconde prouve que la densité et la température de ce fluide n'affectent le refroidissement qu'autant qu'elles concourent à faire varier la pression; en sorte que le pouvoir refroidissant de ce fluide ne dépend en définitif que de son élasticité. Cette élasticité et l'excès de température du corps sont donc les deux seuls élémens qui puissent faire varier la vitesse du refroidissement. En désignant le premier de ces élémens par p, et le second par t, on aura, pour la vitesse V du refroidissement par le contact d'un fluide :

$$V = m.\, p^c.\, t^b;$$

b étant, pour tous les gaz et pour tous les corps, égal à 1,233; c étant aussi le même pour tous les corps, mais variant d'un gaz à un autre, et m ayant une valeur qui change avec la nature du gaz et avec les dimensions du corps. Les valeurs de c sont, comme nous l'avons trouvé, 0,45 pour l'air, 0,38 pour l'hydrogène, 0,517 pour l'acide carbonique, et 0,501 pour le gaz oléfiant. Les valeurs de m dépendent, ainsi que nous l'avons dit,

des dimensions du corps et de la nature du gaz. Pour notre thermomètre, m est égal à 0,00919 dans l'air, à 0,0318 dans l'hydrogène, à 0,00887 dans l'acide carbonique, et à 0,01227 dans le gaz oléfiant. (Ces valeurs de m supposent p exprimé en mètres, et t en degrés centigrades.) On pourrait, à l'aide de la valeur précédente de V, calculer les rapports des pouvoirs refroidissans des différens gaz pour chaque pression. Ainsi, en prenant pour unité le pouvoir refroidissant de l'air et supposant la pression $= 0^m,76$, on a, pour le pouvoir refroidissant de l'hydrogène, 3,45, et pour celui de l'acide carbonique, 0,965. Ces nombres changeraient avec l'élasticité supposée aux trois gaz; c'est ce que MM. Leslie et Dalton n'ont pas aperçu, et ce qu'on déduit aisément de notre formule. Néanmoins leurs déterminations s'éloignent peu de celles que nous venons de calculer pour la pression $0^m,76$. On déduirait encore des rapports peu différens de ceux-là, d'expériences faites plus récemment par sir H. Davy.

La simplicité de la loi générale que nous venons de faire connaître nous faisait vivement desirer de pouvoir la vérifier à des températures plus élevées que celles que nous avions atteintes dans nos expériences : nous y sommes parvenus par un procédé très-simple dont l'idée est due à M. Leslie.

Lorsque notre thermomètre à surface vitreuse se refroidit à l'air libre, la vitesse totale de ce refroidissement est la somme des vitesses dues séparément au contact de l'air et au rayonnement. En désignant celles-ci par v et v', la vitesse totale est $v + v'$. Si le thermomètre est argenté, la vitesse v due à l'air reste la même pour une même température, et ν' se réduit à $\frac{\nu'}{5,707}$, puisque le rapport constant des pouvoirs rayonnans du verre et de l'argent est 5,707. La vitesse totale de refroidissement du thermomètre argenté est donc $\nu + \frac{\nu'}{5,707}$. De là, il est aisé de conclure que, pour connaître à toutes les températures les pertes de chaleur produites par le contact de l'air, il suffit de déterminer les vitesses totales de refroidissement de notre thermomètre, d'abord en lui conservant sa surface naturelle, puis en la recouvrant d'une feuille d'argent : ces vitesses étant représentées par a et par b, on aura :

$$a = \nu + \nu' \qquad b = \nu + \frac{\nu'}{5,707};$$

$$\text{D'où : } \nu = \frac{5,707 \times b - a}{4,707}.$$

Appliquons cette formule aux résultats contenus dans le tableau suivant :

Excès de température du thermomètre.	Vitesses totales de refroidissement du thermomètre vitreux.	Vitesses totales de refroidissement du thermomètre argenté.	Valeurs de ν.
260° ;	24°,42 ;	10°,96 ;	8°,10 ;
240 ;	21,12 ;	9,82 ;	7,41 ;
220 ;	17,92 ;	8,59 ;	6,61 ;
200 ;	15,30 ;	7,57 ,	5,92 ;
180 ;	13,04 ;	6,57 ;	5,19 ;
160 ;	10,70 ;	5,59 ;	4,50 ;
140 ;	8,75 ;	4,61 ;	3,73 ;
120 ;	6,82 ;	3,80 ;	3,11 ;
100 ;	5,57 ;	3,06 ;	2,53 ;
80.	4,15.	2,32.	1,93.

La seconde et la troisième colonne contiennent les vitesses totales de refroidissement du thermomètre à surface vitreuse et à surface argentée pour les excès de température compris dans la première colonne. La dernière renferme les valeurs correspondantes de ν, c'est-à-dire, les pertes de chaleur que le contact seul de l'air fait éprouver à chacun de ces thermomètres. Or, la loi que suivent ces pertes de chaleur est exprimée par l'équation :

$$\nu = m\,t^{1,233}$$

dans laquelle m doit être déterminé dans chaque cas particulier. Pour celui que nous considérons, $m = 0,00857$. En donnant successivement à t toutes les valeurs de 20 en 20, depuis 80 jusqu'à 260, on aura les valeurs correspondantes de ν qui différeront peu de celles qu'on a déduites de l'expérience. Pour rendre cette comparaison plus facile, nous avons réuni, dans le tableau suivant, les valeurs observées et les valeurs calculées de ν.

Excès de température.	Valeurs observées de ν.	Valeurs calculées de ν.
260° ;	8°,10 ;	8°,14 ;
240 ;	7,41 ;	7,38 ;
220 ;	6,61 ;	6,63 ;
200 ;	5,92 ;	5,89 ;
180 ;	5,19 ;	5,17 ;
160 ;	4,50 ;	4,47 ;
140 ;	3,73 ;	3,79 ;
120 ;	3,11 ;	3,14 ;
100 ;	2,53 ;	2,50 ,
80.	1,93.	1,90.

Ainsi, la loi des pertes de chaleur par l'air se trouve confirmée, en étendant nos observations à de plus grands excès de température. Les résultats rapportés précédemment peuvent encore nous fournir le moyen de vérifier la loi du refroidissement dans le vide; il suffit pour cela de retrancher des vitesses totales de refroidissement celles qui sont dues au seul contact de l'air, c'est-à-dire, les valeurs successives de v. Les restes seront évidemment les vitesses de refroidissement dues au rayonnement, ou, ce qui revient au même, celles qui auraient lieu dans le vide.

Nous rapportons ici les nombres ainsi déterminés pour le thermomètre à boule nue; on y a joint les vitesses qui se déduisent de la loi du refroidissement dans le vide. On sait que la vitesse y est exprimée par

$$m\,(a^t - 1);$$

t représentant l'excès de température du corps, m un coefficient constant qu'on doit déterminer dans chaque cas, et qui est ici égal à 2,61; et enfin, a désignant l'exposant 1,0077, commun à tous les corps.

Excès de température.	Vitesses de refroidissement dans le vide déduites de l'obs. dans l'air libre.	Vitesses de refroidissement dans le vide par le calcul.
260°;	16°,32;	16°,40;
240;	13,71;	13,71;
220;	11,31;	11,40;
200;	9,38;	9,42;
180;	7,85;	7,71;
160;	6,20;	6,25;
140;	5,02;	4,99;
120;	3,93;	3,92;
100;	3,04;	2,99;
80.	2,22.	2,20.

On voit, par l'exemple que nous venons de donner, qu'on peut, par des observations immédiates de refroidissement dans l'air, évaluer séparément les pertes de chaleur dues au contact et au rayonnement, et qu'il faut, pour cela, observer le refroidissement du même corps pour deux états différens de sa surface; mais ce mode de calcul repose, d'une part, sur la supposition que la quantité de chaleur enlevée par l'air est indépendante de la nature de la surface du corps; et, en second lieu, sur ce principe que les corps de nature différente conservent à toutes les températures le même rapport entre leurs pouvoirs rayonnans. Ces deux propositions sont rigoureuses, mais ne pouvaient être constatées que par des expériences directes, comme celles que nous avons rapportées précédemment; et quoique M. Leslie les ait adoptées dans l'usage qu'il a fait du principe que nous venons d'exposer, ses résultats n'ont pas toute l'exactitude qu'on pourrait desirer, parce qu'il a toujours calculé les vitesses de refroidissement d'après la loi de Newton.

Les lois relatives à chacun des deux effets qui concourent au refroidissement d'un corps plongé dans un fluide étant séparément établies, il suffit de les rassembler pour en déduire la loi du refroidissement total.

La vitesse v de ce refroidissement pour un excès t de température sera donc exprimée par la formule

$$m\,(a^t - 1) + nt^b.$$

Les quantités a et b seront, pour tous les corps et dans tous les fluides, égales, la première à 1,0077, et la seconde à 1,233. Le coefficient m dépendra de la grandeur et de la nature de la surface, ainsi que de la température absolue de l'enceinte. Le coefficient n, indépendant de cette température absolue, ainsi que de la nature de la surface du corps, variera avec l'élasticité et l'espèce de gaz dans lequel le corps sera plongé; et ces variations suivront les lois que nous avons précédemment établies.

Cette formule nous montre d'abord, comme nous l'avons annoncé au commencement de ce Mémoire, que la loi du refroidissement dans les fluides élastiques change avec la nature de la surface du corps. En effet, lorsque ce changement a lieu, les quantités a, b et n conservent leurs valeurs; mais le coefficient m varie proportionnellement au pouvoir rayonnant de la surface. Si l'on représente sa nouvelle valeur par m', la vitesse du refroidissement deviendra

$$m'(a^t-1)+nt^b;$$

quantité qui ne reste pas proportionnelle à

$$m(a^t-1)+nt^b,$$

lorsque t change.

Examinons maintenant comment varie le rapport de ces deux vitesses, et supposons, pour fixer les idées, que m soit plus grand que m', c'est-à-dire, se rapporte au corps qui rayonne le plus.

On pourra d'abord s'assurer aisément, à l'aide des règles du calcul différentiel, que la fraction

$$\frac{m(a^t-1)+nt^b}{m'(a^t-1)+nt^b}$$

devient égale à $\frac{m}{m'}$, soit qu'on fasse $t=o$, ou $t=\infty$.

Si l'on suppose t très-petit, la quantité a^t-1 se réduit à $\log. a\, t$, et le rapport précédent devient, en divisant par $t \log. a$,

$$\frac{m+\frac{n}{\log. a}\cdot t^{b-1}}{m'+\frac{n}{\log. a}\cdot t^{b-1}}.$$

Sous cette forme, il est évident que le rapport doit diminuer à mesure que t augmente, b étant plus grand que 1; mais, après avoir diminué, ce rapport augmentera, puisqu'il doit reprendre à l'infini la valeur qu'il a lorsque $t=o$. De là, il est facile de conclure ce principe, que nous avions établi au commencement de ce Mémoire, et qui revient à dire que lorsque l'on compare les lois du refroidissement dans deux corps de surface différente, la loi est plus rapide dans les basses températures pour le corps qui rayonne le moins, et moins rapide, au contraire, pour le même corps, dans les températures élevées.

C'est ce qu'on peut vérifier aisément dans le tableau suivant, où l'on a inscrit les vitesses de refroidissement du thermomètre nu, et du thermomètre argenté, ainsi que les rapports entre ces vitesses.

Excès de température des thermomètres.	Vitesses de refroidissement du thermomètre à boule nue.	Vitesses de refroidissement du thermomètre à boule argentée.	Rapports entre ces vitesses.
260°;	24°,42;	10°,96;	2,23;
240;	21,12;	9,82;	2,15;
220;	17,92;	8,59;	2,09;
200;	15,30;	7,57;	2,02;
180;	13,04;	6,57;	1,98;
160;	10,70;	5,59;	1,91;
140;	8,75;	4,61;	1,89;
120;	6,82;	3,80;	1,80;
100;	5,56;	3,06;	1,81;
80;	4,15;	2,32;	1,78;
60;	2,86;	1,60;	1,79;
40;	1,74;	0,96;	1,81;
20;	0,77;	0,42;	1,85;
10.	0,37.	0,19.	1,90.

La seule inspection des nombres inscrits dans la dernière colonne confirme pleinement le fait énoncé plus haut. On y voit aussi les rapports des vitesses de refroidissement des deux thermomètres rester à très-peu près les mêmes pour les excès de température compris entre 40° et 120°. Cette circonstance, qui résulte évidemment de ce que les rapports dont il s'agit augmentent après avoir diminué, a probablement contribué à persuader à M. Dalton que la loi du refroidissement dans l'air devait être la même pour tous les corps. Si l'on poussait plus loin les séries rapportées précédemment, on trouverait que le rapport des vitesses de refroidissement, qui est déjà égal à 2,23 pour un excès de température de 260°, croît rapidement à mesure que cet excès augmente; et qu'il se rapproche de plus en plus du nombre 5,707 auquel la fraction $\frac{m}{m'}$ est égale pour le cas du verre comparé à l'argent. On voit par là à quel point sont inexactes les conséquences que M. Leslie avait déduites de ses observations faites à de basses températures; car ayant imaginé, ainsi que nous l'avons dit au commencement de ce Mémoire, que le rapport que nous avons déterminé plus haut continuerait toujours à diminuer, il avait supposé qu'il finirait par devenir presqu'égal à l'unité; en sorte qu'à de hautes températures les pertes totales de chaleur des corps seraient à-peu-près indépendantes de l'état des surfaces. Au reste, les lois que ce physicien a proposées, celles qui l'ont été, soit par M. Dalton, soit très-antérieurement par Martine, peuvent toutes être réfutées par un seul argument. En effet, toutes ces lois font uniquement dépendre la vitesse du refroidissement de l'excès de température du corps sur

celle du milieu environnant, tandis que l'expérience prouve que, toutes choses égales d'ailleurs, cette vitesse change d'une manière très-notable avec la température du fluide qui entoure le corps.

Il est donc inutile d'entrer dans aucune discussion à ce sujet; car, en admettant que les lois dont nous venons de parler représentent les résultats de l'expérience dans les limites où elles ont été déterminées, il est certain, par tout ce qui précède, qu'en les étendant hors de ces limites, on arriverait à des résultats fort éloignés de la vérité.

On peut, par des considérations analogues à celles dont nous avons fait précédemment usage, déterminer de quelle manière la loi de refroidissement totale change pour un même corps avec la nature et la densité des gaz.

La vitesse totale du refroidissement est exprimée par

$$m\ (a^t - 1) + nt^b.$$

Si l'on considère un autre gaz ou le même gaz sous une autre densité, la vitesse de refroidissement sera, pour le même corps,

$$m\ (a^t - 1) + n't^b;$$

Car le coefficient n est le seul qui doive changer dans ce cas.

En comparant ces deux expressions, on trouvera que leur rapport devient égal à l'unité, soit qu'on fasse $t = o$ ou $t = \infty$; ainsi, les vitesses totales de refroidissement dans des gaz différens s'approchent de l'égalité pour des températures très-élevées et pour des températures très-basses; tandis que, dans la partie intermédiaire de l'échelle, ces vitesses peuvent être trèsdifférentes. Ce résultat suffit pour faire sentir toute l'inexactitude des procédés dont M. Dalton et M. Leslie se sont servi pour comparer les pertes de chaleur dues aux différens gaz; car ces procédés sont fondés sur la supposition que les vitesses totales de refroidissement dans des gaz différens conservent le même rapport à toutes les températures. Mais, par une circonstance très-singulière et sur laquelle il est inutile d'insister, la température particulière à laquelle ils ont opéré rend très-faible l'erreur dont il s'agit, et qu'ils étaient loin d'attribuer à leur mode de calcul. Aussi leurs déterminations sont-elles, ainsi que nous l'avons dit plus haut, assez rapprochées, en les restreignant toutefois aux circonstances dans lesquelles elles ont été faites.

La nécessité d'évaluer séparément l'influence de chacune des causes qui modifient le progrès du refroidissement d'un corps ne nous ayant pas permis de rapprocher les unes des autres les lois diverses auxquelles nous sommes parvenus, nous avons pensé qu'une récapitulation sommaire serait d'autant plus utile, qu'on pourrait y rétablir l'ordre naturel que la description des expériences et la discussion des résultats nous ont souvent forcé d'interrompre.

En distinguant, comme nous l'avons fait, les pertes de chaleur dues séparément au contact des fluides et au rayonnement, on reconnaît bientôt que chacun de ces deux effets est assujetti à des lois particulières. Ces lois doivent exprimer les relations qui existent entre la température du corps et la vitesse de son refroidissement, pour toutes les circonstances dans lesquelles il peut se trouver. Il faut se rappeler que, par *vitesse de refroidissement*, nous entendons toujours le nombre de degrés dont la température du corps s'abaisserait pendant un intervalle de temps infiniment petit et constant.

1re *Loi.* Si l'on pouvait observer le refroidissement d'un corps placé dans un espace vide terminé par une enceinte absolument dépourvue de chaleur ou privée de la faculté de rayonner, les vitesses de refroidissement décroîtraient en progression géométrique, lorsque les températures diminueraient en progression arithmétique.

2me *Loi.* Pour une même température de l'enceinte vide dans laquelle un corps est placé, ses vitesses de refroidissement, pour des excès de température en progression arithmétique, décroissent comme les termes d'une progression géométrique diminués d'un nombre constant. Le rapport de cette progression géométrique est le même pour tous les corps et égal à 1,0077.

3me *Loi.* La vitesse de refroidissement dans le vide, pour un même excès de température, croît en progression géométrique, la température de l'enceinte croissant en progression arithmétique. Le rapport de la progression est encore 1,0077 pour tous les corps.

4me *Loi.* La vitesse du refroidissement due au seul contact d'un gaz est entièrement indépendante de la nature de la surface des corps.

5me *Loi.* La vitesse de refroidissement due au seul contact d'un fluide varie en progression géométrique, l'excès de température variant lui-même en progression géométrique. Si le rapport de cette seconde progression est 2, celui de la première est 2,35, quelle que soit la nature du gaz et sa force élastique. Cette loi peut encore s'énoncer en disant que la quantité de chaleur enlevée par un gaz est, dans tous les cas, proportionnelle à l'excès de la température du corps élevé à la puissance 1,233.

6^{me} *Loi.* Le pouvoir refroidissant d'un fluide diminue en progression géométrique lorsque sa tension diminue elle-même en progression géométrique. Si le rapport de cette seconde progression est 2, le rapport de la première est 1,366 pour l'air, 1,301 pour l'hydrogène, 1,431 pour l'acide carbonique, 1,415 pour le gaz oléfiant.

On peut encore présenter cette loi de la manière suivante :

Le pouvoir refroidissant d'un gaz est, toutes choses égales d'ailleurs, proportionnel à une certaine puissance de la pression. L'exposant de cette puissance qui dépend de la nature du gaz est 0,45 pour l'air, 0,315 pour l'hydrogène, 0,517 pour l'acide carbonique, 0,501 pour le gaz oléfiant.

7^{me} *Loi.* Le pouvoir refroidissant d'un gaz varie avec sa température, de telle manière que si ce gaz peut se dilater et qu'il conserve toujours la même force élastique, le pouvoir refroidissant se trouvera autant diminué par la raréfaction du gaz qu'il est augmenté par son échauffement; en sorte qu'il ne dépend en définitif que de sa tension.

On voit, par l'énoncé de chacune de ces propositions, que la loi totale du refroidissement qui se composerait de toutes les lois précédentes doit être très-compliquée : aussi n'essayons-nous pas de la traduire en langage ordinaire. Nous l'avons donnée, dans le courant du Mé-

moire, sous une forme mathématique qui permet d'en discuter toutes les conséquences. Nous nous contenterons de remarquer que c'est sans doute à l'extrême complication de cette loi qu'il faut attribuer le peu de succès des tentatives faites jusqu'à ce jour pour la découvrir. On ne pouvait évidemment y parvenir qu'en étudiant à part chacune des causes qui contribuent à l'effet total.